

Identificazione semi-supervisionata non-parametrica di modelli non lineari a tratti

Si supponga che la relazione tra un vettore di feature $x \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^{n_x}$ e l'output corrispondente $y \in \mathbb{R}$ sia descritta da una funzione ignota $f_0: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ non lineare e possibilmente discontinua, tale che:

$$y = f_0(x)$$

Al fine di poter gestire la possibile discontinuità di f_0 , è possibile utilizzare un'approssimazione $f: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia non lineare a tratti. Tali modelli, chiamati anche **Piece-Wise NonLinear (PWNL)**, consistono in un insieme di sotto-funzioni non lineari, ed assumono la forma seguente:

$$f(x) = \begin{cases} g_1(x), & \text{if } x \in \mathcal{X}_1, \\ \vdots \\ g_M(x), & \text{if } x \in \mathcal{X}_M, \end{cases}$$

dove M indica il numero di sotto-funzioni e $g_m: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$, con $m = 1, \dots, M$, sono funzioni ignote e possibilmente non lineari, che caratterizzano ogni singolo modello, locale all'insieme \mathcal{X}_m dei regressori.

La stima di un modello PWNL partendo da dati sperimentali richiede di: (i) selezionare il numero M di modelli locali (numero di sotto-funzioni); (ii) stimare ogni funzione g_m ; (iii) stimare le partizioni \mathcal{X}_m dello spazio dei regressori \mathcal{X} . Quindi, la stima di f comporta la soluzione congiunta di **tre sotto-problemi**: (i) un problema di clustering; (ii) un problema di classificazione; (iii) M problemi di regressione non lineare.

Un approccio alla soluzione del problema è stato presentato in [1][2] utilizzando algoritmi efficienti di clustering, classificazione e modelli lineari affini.

I **metodi kernel** [4][5][6], in cui il CAL ha un'elevata esperienza, possono essere utilizzati in questo contesto in due modi: (i) stimare le funzioni g_m attraverso modelli non lineari; (ii) migliorare stima delle partizioni \mathcal{X}_m con approcci **semi-supervisionati** [3], utilizzando regressori x ai quali non corrisponde un'uscita y misurata. Questi regressori non-supervisionati contribuiscono alla **stima della struttura** dello spazio \mathcal{X} .

L'obiettivo della tesi è l'estensione del metodo proposto in letteratura [1][2] attraverso l'impiego di metodi a kernel supervisionati e semi-supervisionati.

Le attività previste sono:

- 1) Studio della letteratura (in particolare [1][2])
- 2) Implementazione del metodo supervisionato in [2], basato su modelli lineari affini
- 3) Estensione del metodo supervisionato al punto 2), basato su metodi a kernel
- 4) Estensione del metodo al punto 3) al caso semi-supervisionato, basato su metodi a kernel
- 5) Confronto delle prestazioni dei metodi ai punti 2)-3)-4)

È possibile avere maggiori dettagli contattando i docenti del CAL.

Bibliografia

- [1] Bemporad, Alberto, et al. *Fitting jump models*. **Automatica** 96 (2018): 11-21.
- [2] Breschi, Valentina, Dario Piga, and Alberto Bemporad. *Piecewise affine regression via recursive multiple least squares and multiclass discrimination*. **Automatica** 73 (2016): 155-162.
- [3] Formentin, S., Mazzoleni, M., Scandella, M. and Previdi, F., 2019. *Nonlinear system identification via data augmentation*. **Systems & Control Letters**, 128, pp.56-63.

- [4] G Pilonetto, G De Nicolao. [A new kernel-based approach for linear system identification](#), 2011, **Automatica** 46 (1), 81-93
- [5] Ljung, Lennart, Tianshi Chen, and Biqiang Mu. [A shift in paradigm for system identification](#). **International Journal of Control** (2019): 1-8.
- [6] G. Pilonetto, M. H. Quang and A. Chiuso. *A New Kernel-Based Approach for Nonlinear System Identification*. **IEEE Transactions on Automatic Control**, vol. 56, no. 12, pp. 2825-2840, Dec. 2011. doi: 10.1109/TAC.2011.2131830