Lezione 12.
Azione filtrante dei sistemi dinamici

Schema della lezione

1. Introduzione
2. Filtro passa-basso
3. Filtro passa-alto
4. Risonanza

1. Introduzione

$$u(t) \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow y(t)$$

$u(t)$: segnale trasmesso

$y(t)$: segnale ricevuto

$G(s)$: modello lineare del canale di trasmissione

Sia, per esempio $u(t) = A_u \sin(\overline{\omega} t + \varphi_u)$

Allora, per il teorema della risposta in frequenza, l'uscita a transitorio esaurito è

$$y(t) = \underbrace{A_u \left|G(j\overline{\omega})\right|}_{A_y} \sin\Big(\overline{\omega} t + \underbrace{\varphi_u + \angle G(j\overline{\omega})}_{\varphi_y}\Big)$$

Quindi, conoscendo A_u e φ_u, sapendo quali sono i valori desiderati per A_y e φ_y, è possibile progettare le caratteristiche del canale $G(j\omega)$.

Nota

In generale, però, i segnali non sono semplici sinusoidi caratterizzate da singoli valori di ampiezza e fase. $\Longrightarrow$ **Teoria dei Segnali**

2. Filtro passa-basso

Lascia passare inalterate, o al più amplificate di un valore costante, le armoniche del segnale in ingresso con pulsazione inferiore od uguale ad un valore $\overline{\omega}$ ed elimina le armoniche con pulsazione superiore.

L'intervallo di pulsazioni $\left[0, \overline{\omega}\right]$ si dice banda passante.

Banda passante di un filtro passabasso

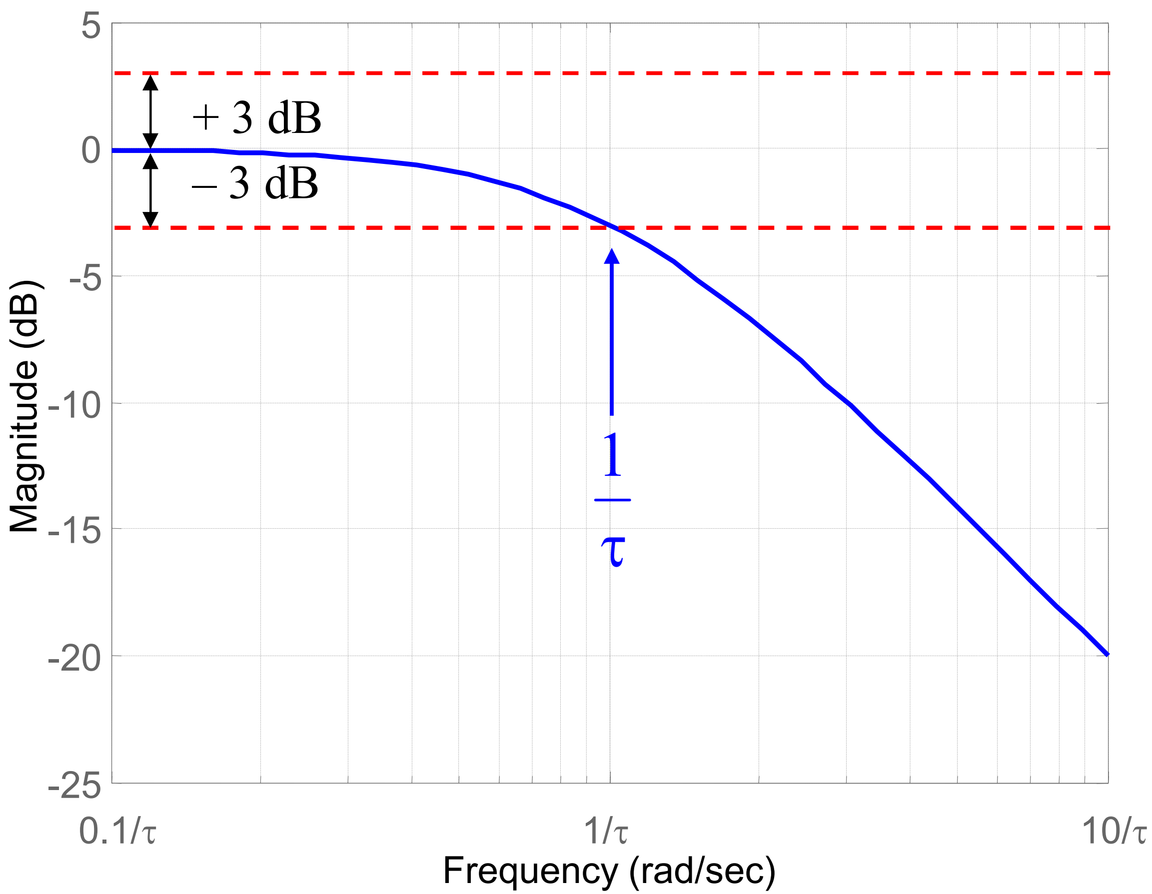
E' l'insieme dei valori di ω per cui vale la seguente condizione

$$-3\,dB \le \left|G(j\omega)\right|_{dB} - \left|G(j0)\right|_{dB} \le +3\,dB$$

Ovvero

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \le \frac{\left|G(j\omega)\right|}{\left|G(j0)\right|} \le \sqrt{2}$$

Esempio



$$G(s) = \frac{1}{1 + s\tau} \qquad \tau > 0$$

Banda passante

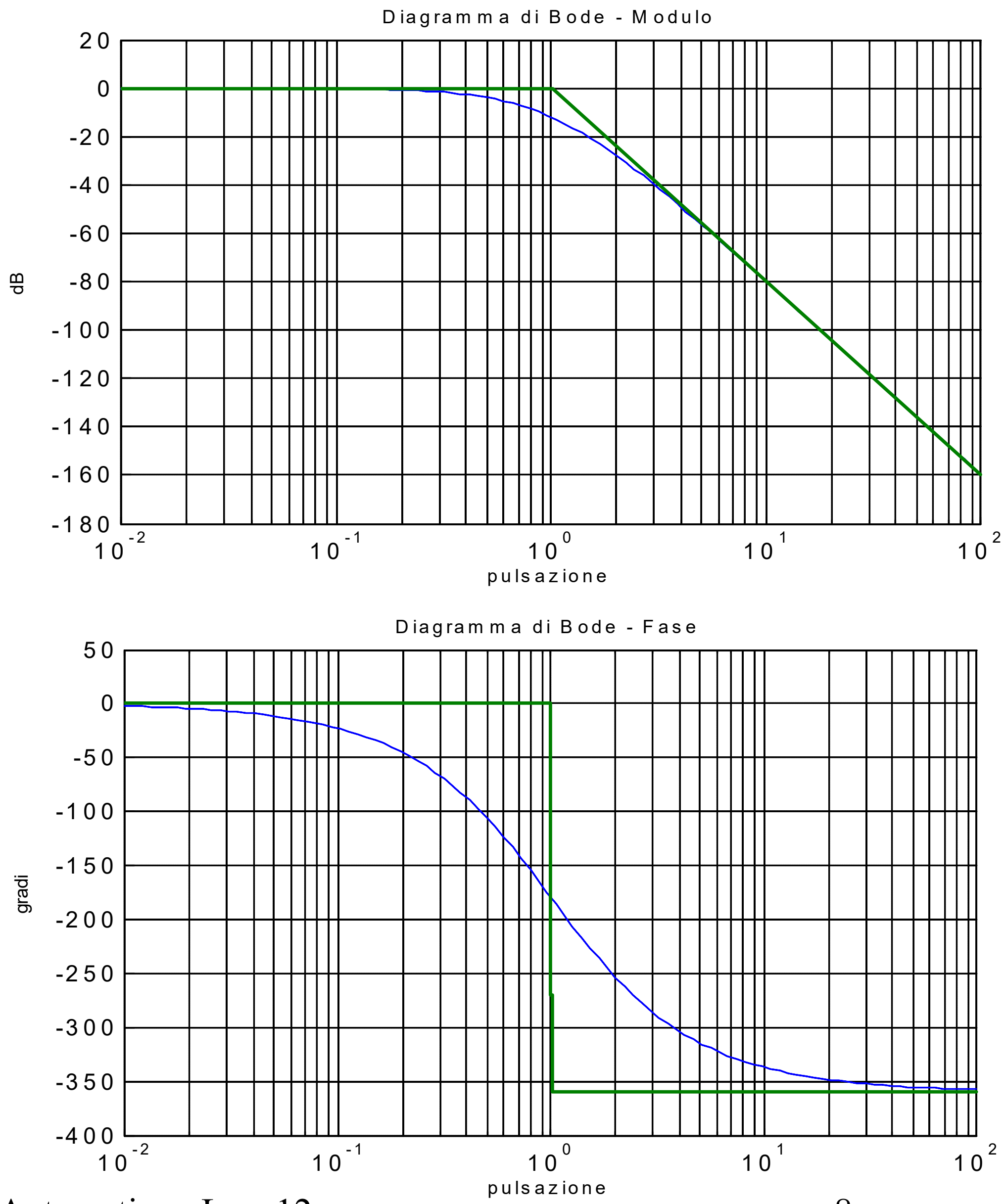
$$\omega \in \left[0, \frac{1}{\tau}\right]$$

Velocità di risposta $\Longleftrightarrow$ Ampiezza della banda passante

Esempio (Effetto di un filtro passabasso)

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^4}$$

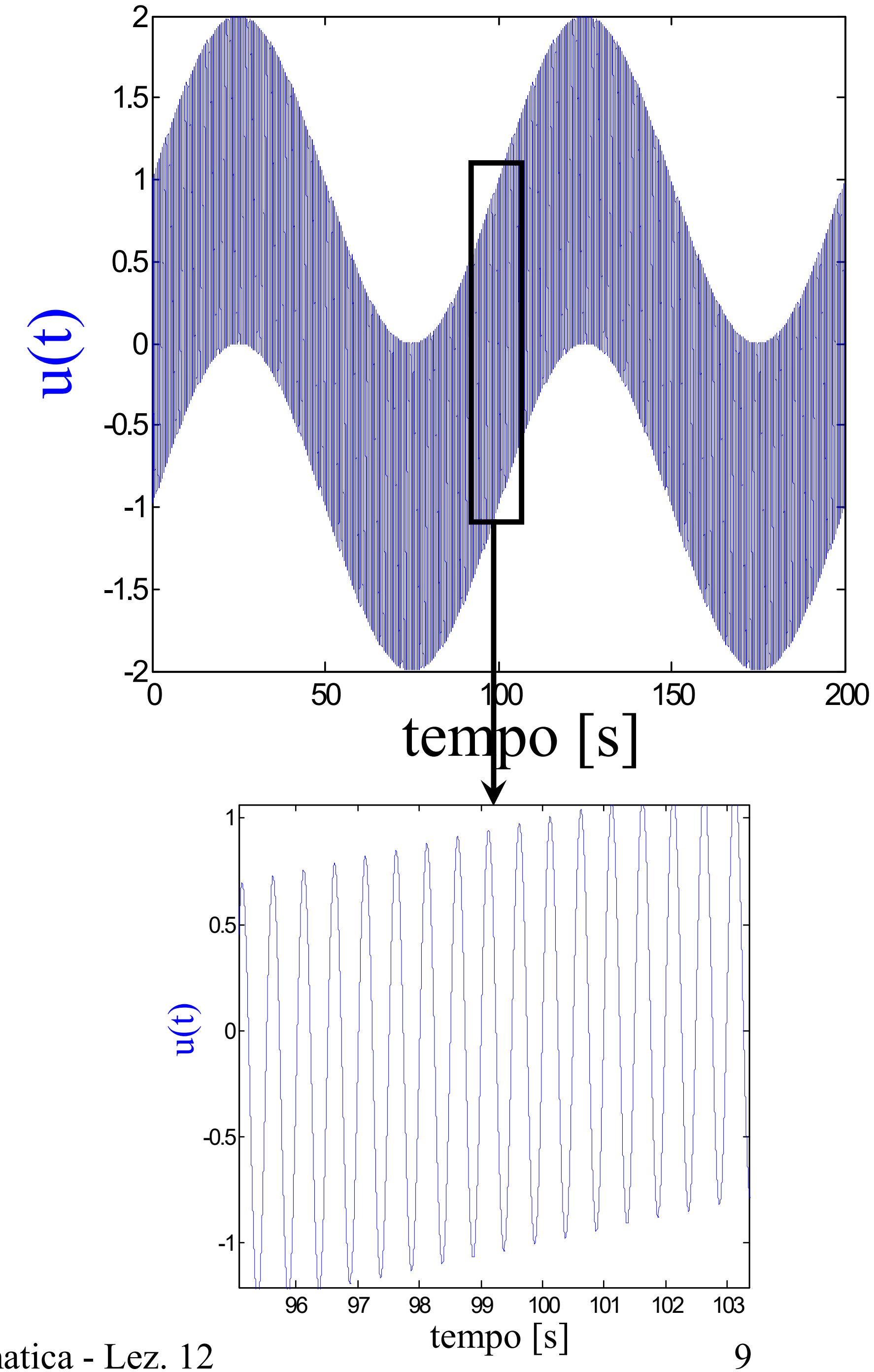
Banda passante $\omega \approx [0,1]$



N.B. Attenzione allo sfasamento!

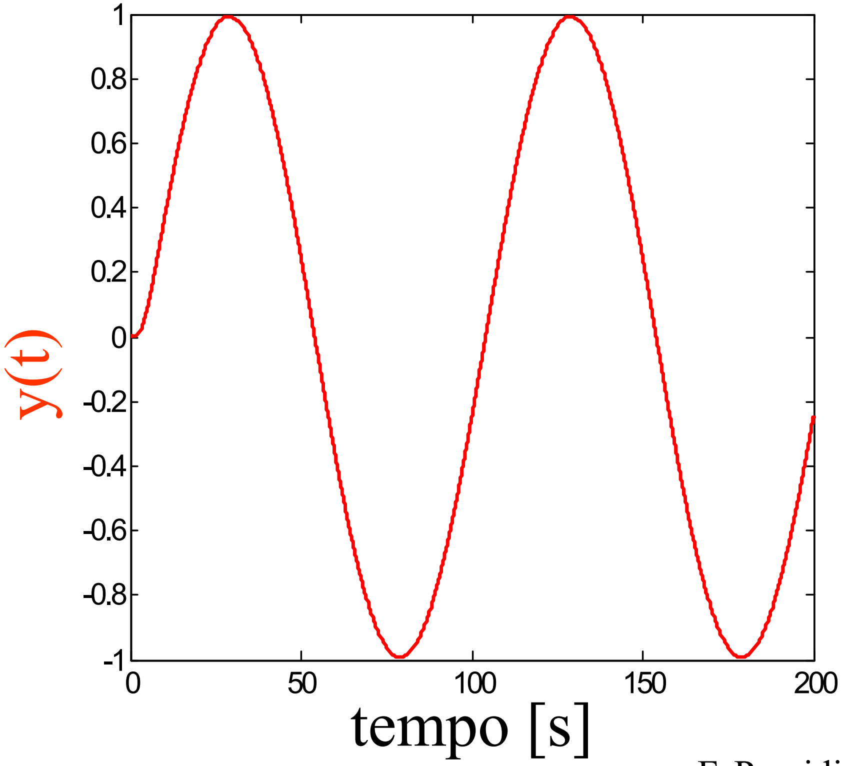
Ingresso

$$u(t) = \sin(2\pi \cdot 0.01 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 2 \cdot t)$$



Uscita

$$y(t) \cong \sin(2\pi \cdot 0.01 \cdot t)$$



3. Filtro passa-alto

Lascia passare inalterate, o al più amplificate di un valore costante, le armoniche del segnale in ingresso con pulsazione superiore od uguale ad un valore $\overline{\omega}$ ed elimina le armoniche con pulsazione inferiore.

L'intervallo di pulsazioni $[\overline{\omega}, \infty]$ si dice banda passante.

In generale si tratta di sistemi non strettamente propri (perchè si vuole $|G(j\infty)| \neq 0$).

Banda passante di un filtro passa-alto

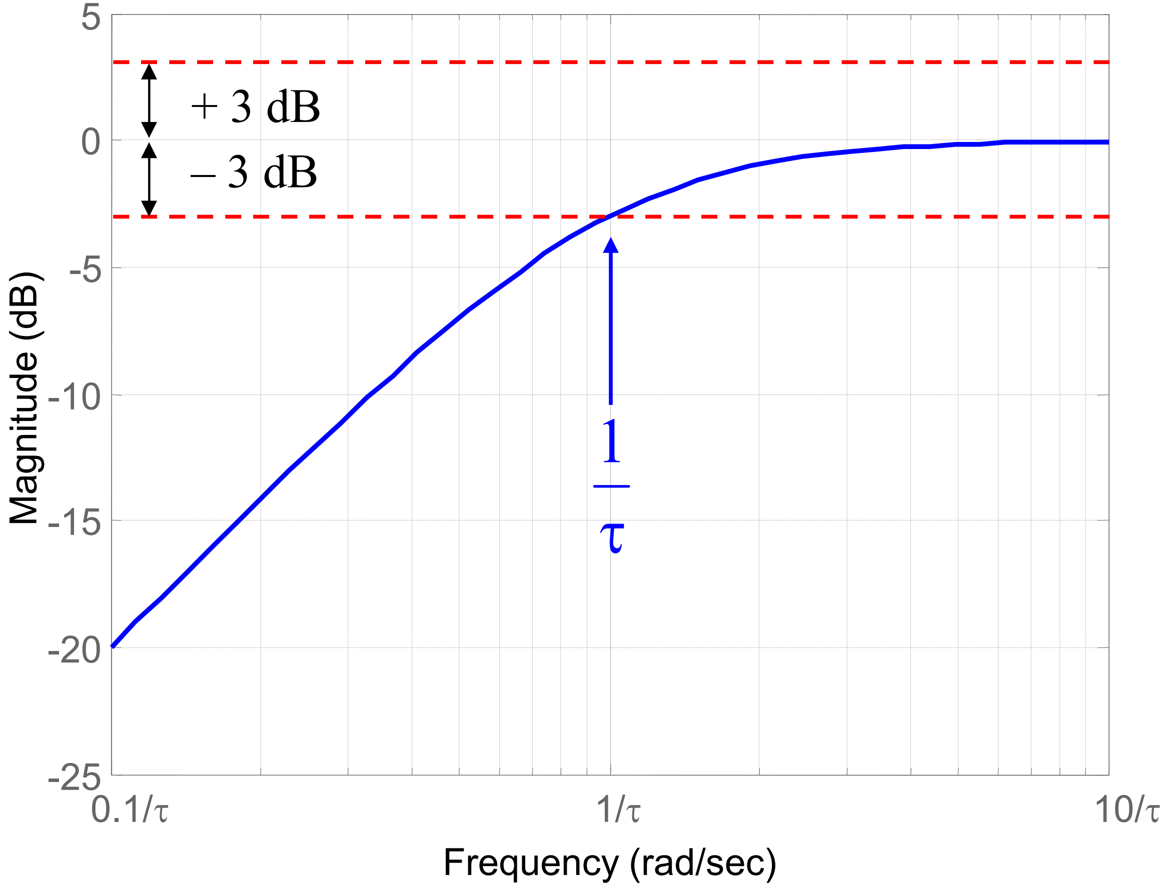
E' l'insieme dei valori di ω per cui vale la seguente condizione

$$-3\;dB \le \left|G(j\omega)\right|_{dB} - \left|G(j\infty)\right|_{dB} \le +3\;dB$$

Ovvero

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \le \frac{\left|G(j\omega)\right|}{\left|G(j\infty)\right|} \le \sqrt{2}$$

Esempio



$$G(s) = \frac{s\tau}{1 + s\tau} \qquad \tau > 0$$

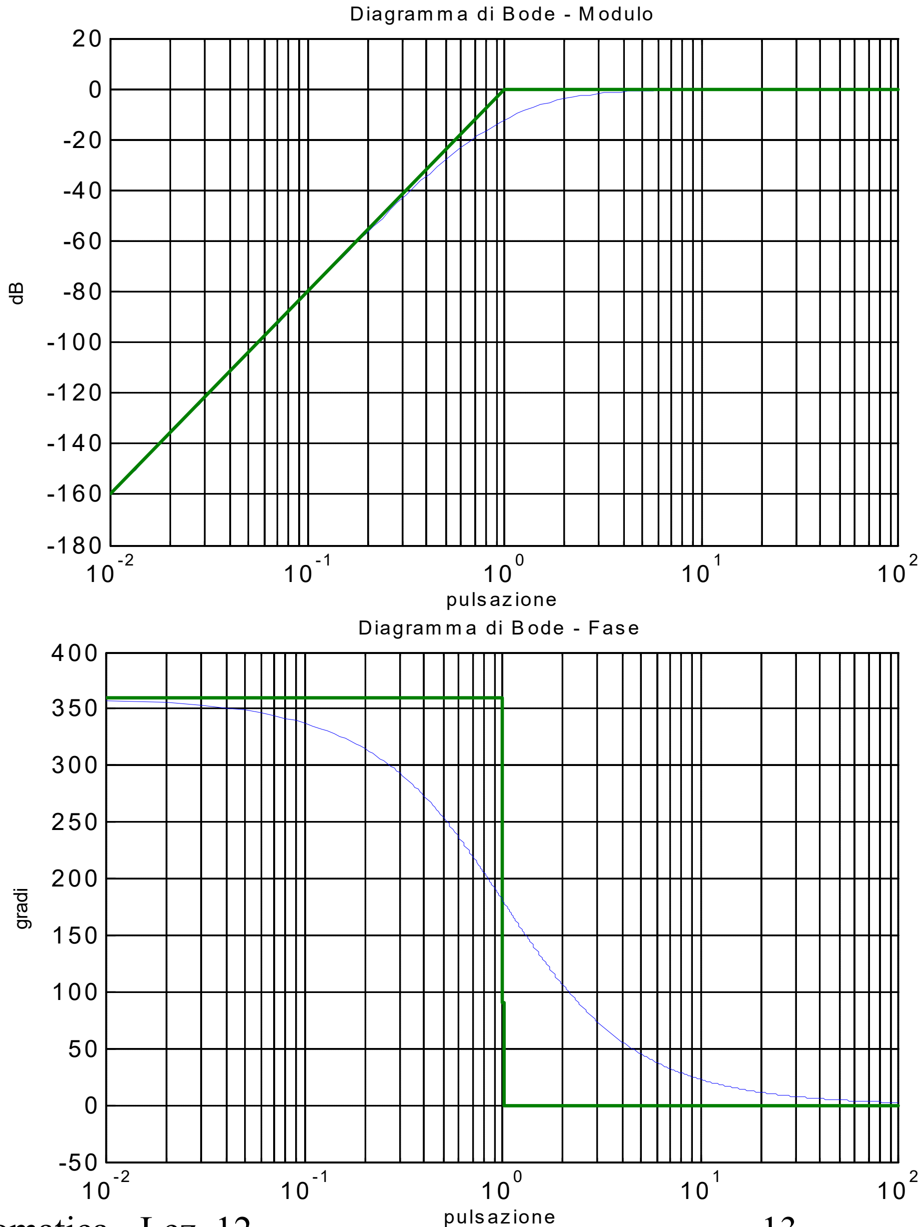
Banda passante

$$\omega \in \left[\frac{1}{\tau}, \infty\right]$$

Esempio (Effetto di un filtro passa-alto)

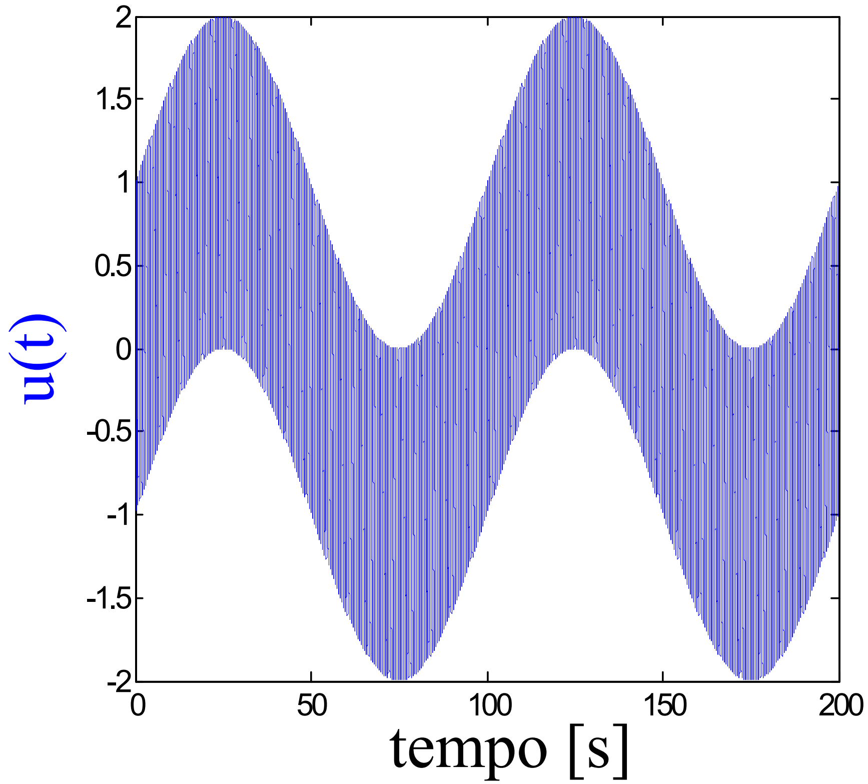
$$G(s) = \frac{s^4}{(1+s)^4}$$

Banda passante $\omega \approx [1, \infty]$



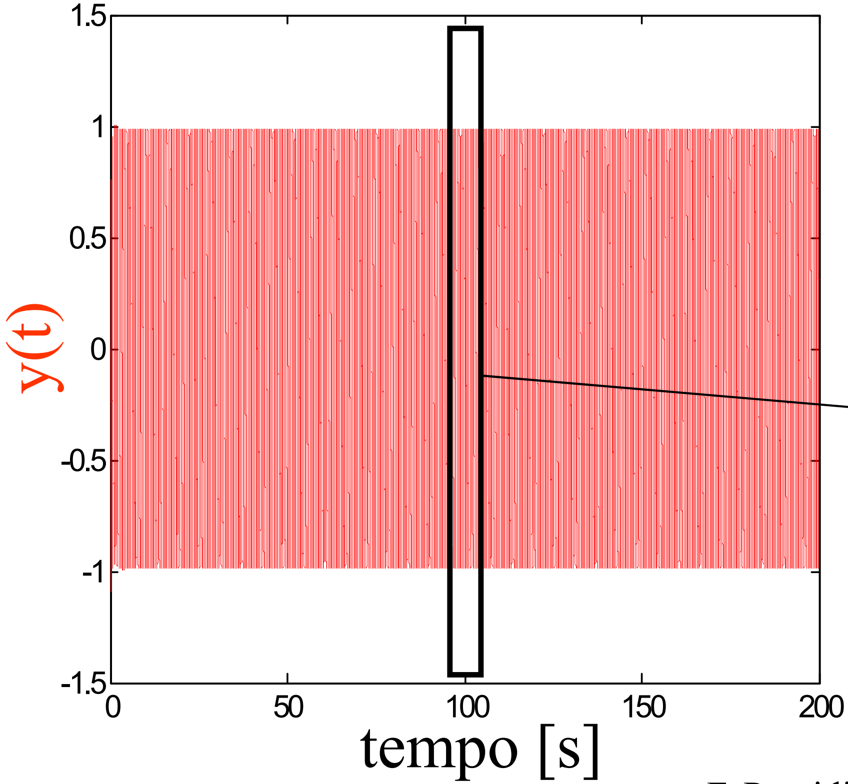
Ingresso

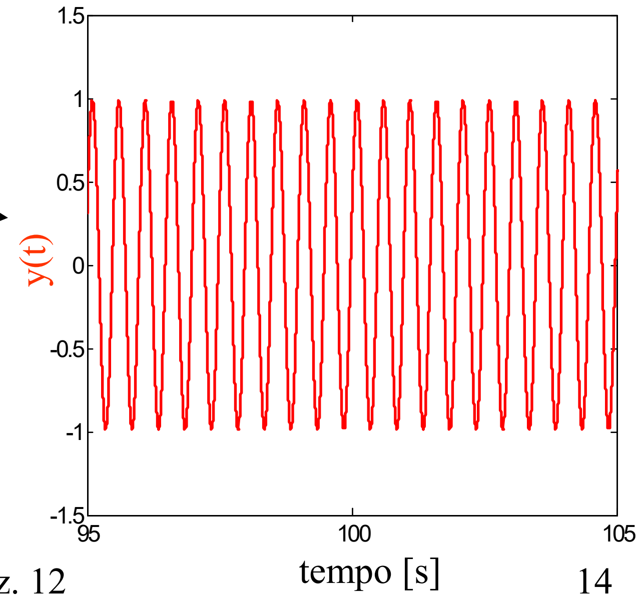
$$u(t) = \sin(2\pi \cdot 0.01 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 2 \cdot t)$$



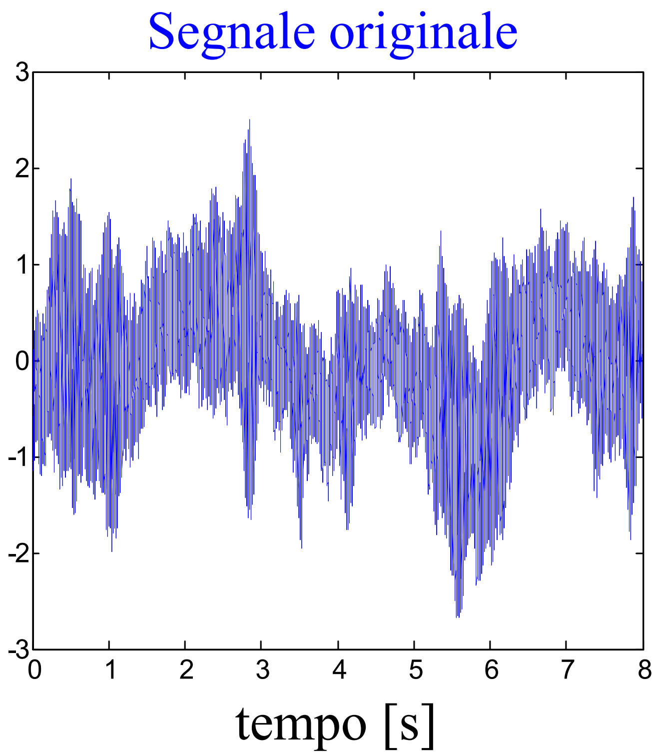
Uscita

$$y(t) \cong \sin(2\pi \cdot 2 \cdot t)$$

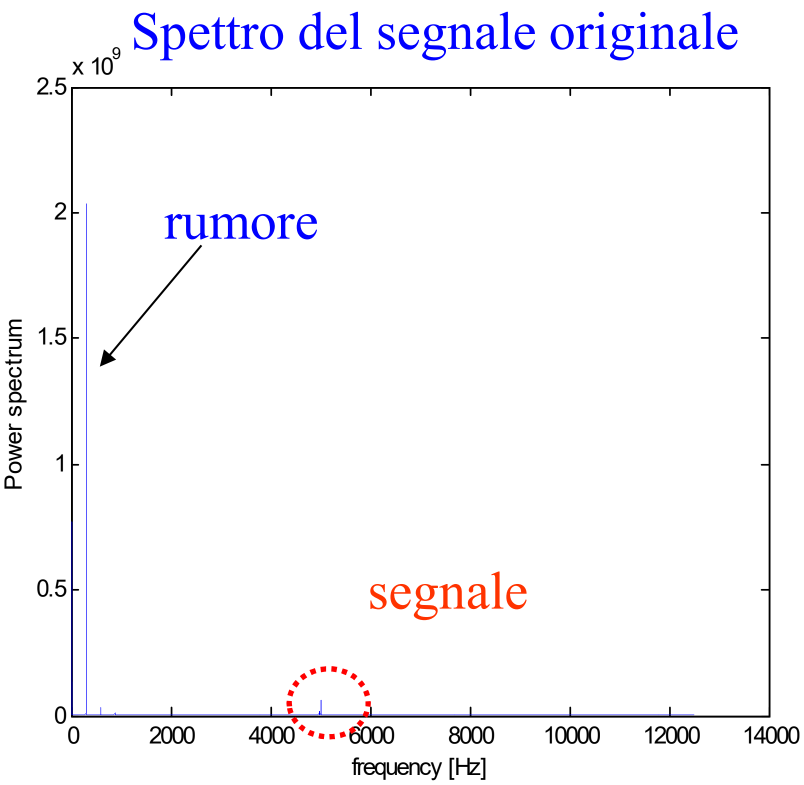




Esempio (Filtraggio passa-banda)

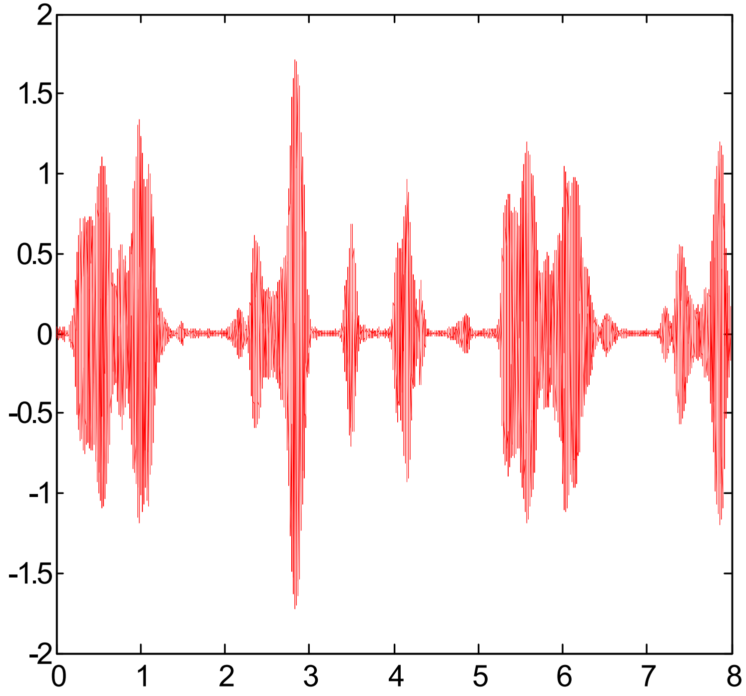



```
>>load Lez12
>>sound(m1,25000)
```



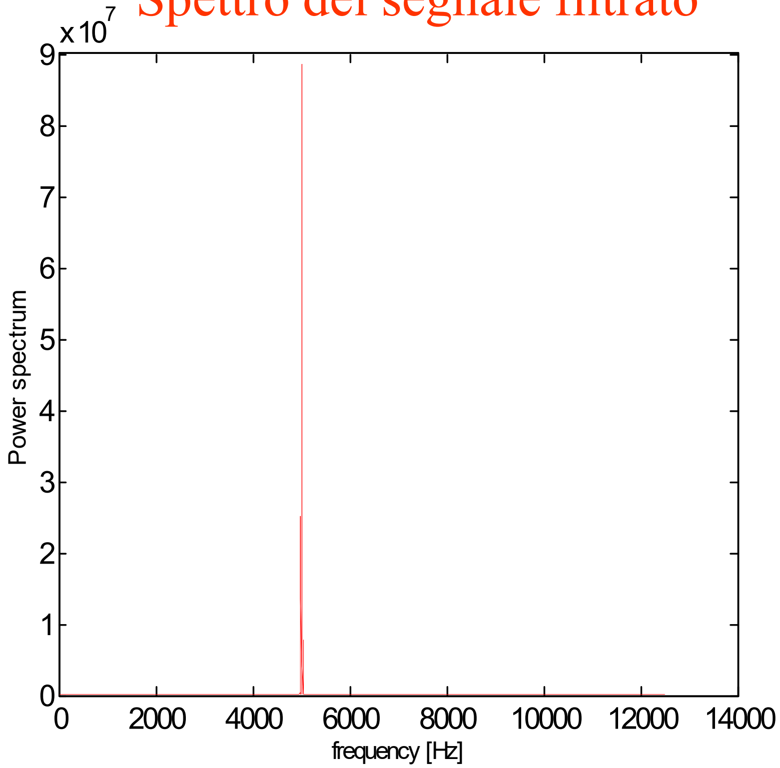
Filtraggio passabanda
(passabasso+passaalto)
a banda “stretta” (4.8 kHz−5.2 kHz)

Segnale filtrato



tempo [s]

Spettro del segnale filtrato



>>sound(m1f,25000)

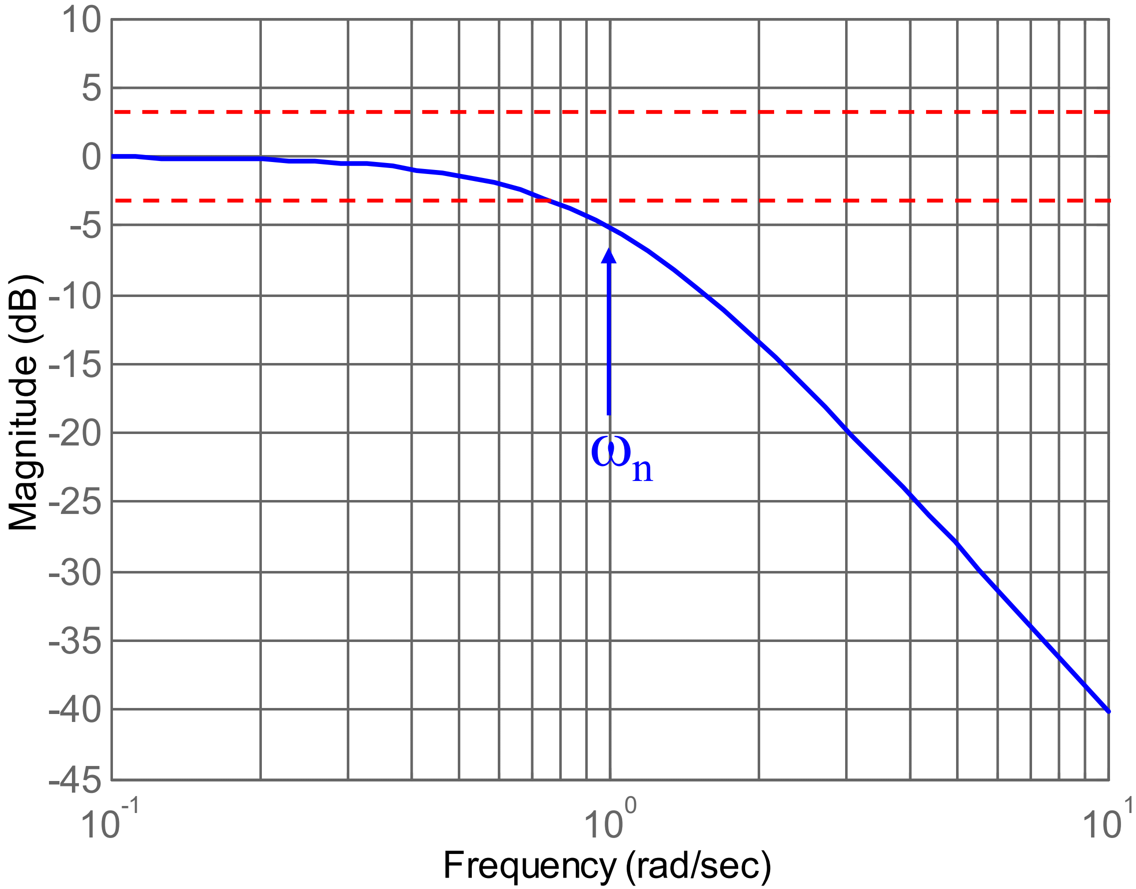
4. Risonanza

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Per bassi valori dello smorzamento, le componenti armoniche del segnale in ingresso con pulsazione vicina a ω_n vengono amplificate.

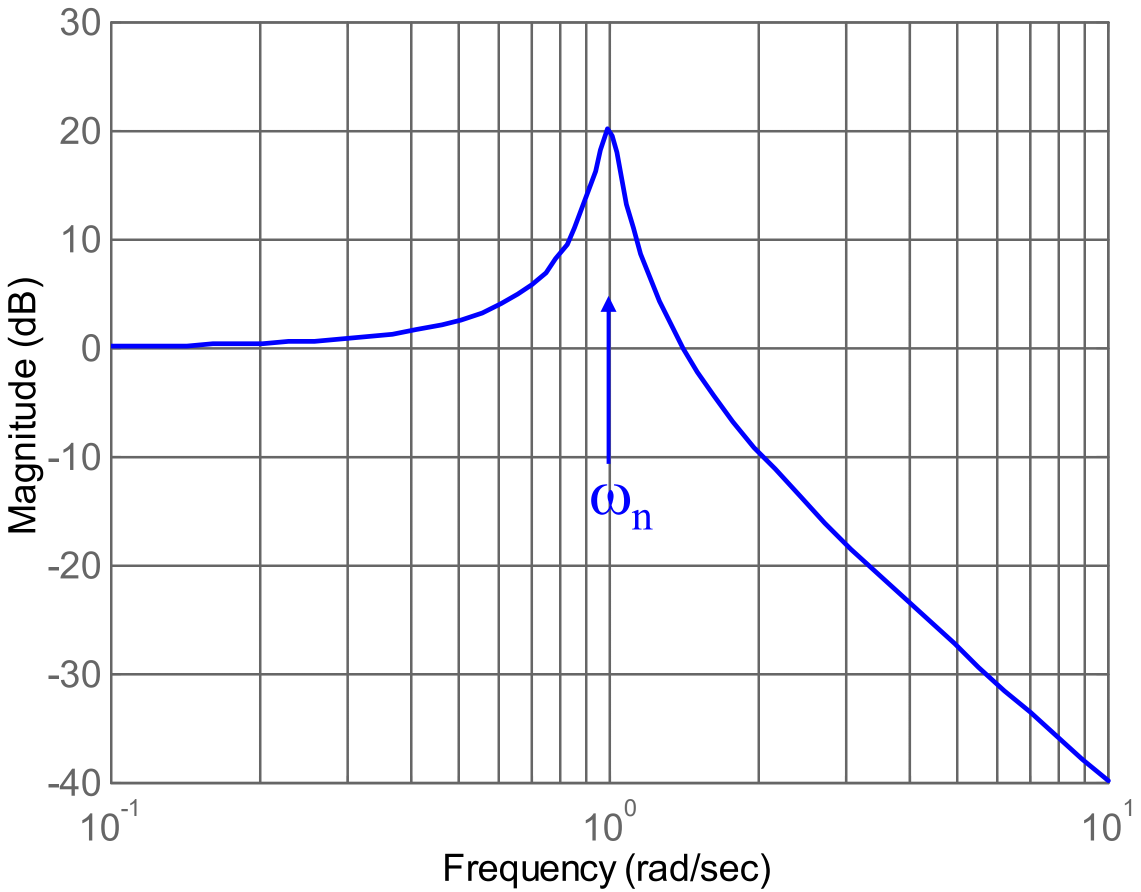
Per $\xi \geq 0.4 \div 0.5$

E' un filtro passabasso con banda passante $\omega \cong [0, \omega_n]$



Per $\xi < 0.4$

Si ha risonanza (amplificazione selettiva)



Tacoma Bridge, USA

Il ponte collassò nel 1940.

Aerodynamic instability was responsible for the failure of the Tacoma Narrows Bridge in 1940. The magnitude of the oscillations depends on the structure shape, natural frequency, and damping. The oscillations are caused by the periodic shedding of vortices on the leeward side of the structure, a vortex being shed first from the upper section and then the lower section.

Wind Forces on Buildings and Structures,
E. Houghton and N. Carruthers, 1976.

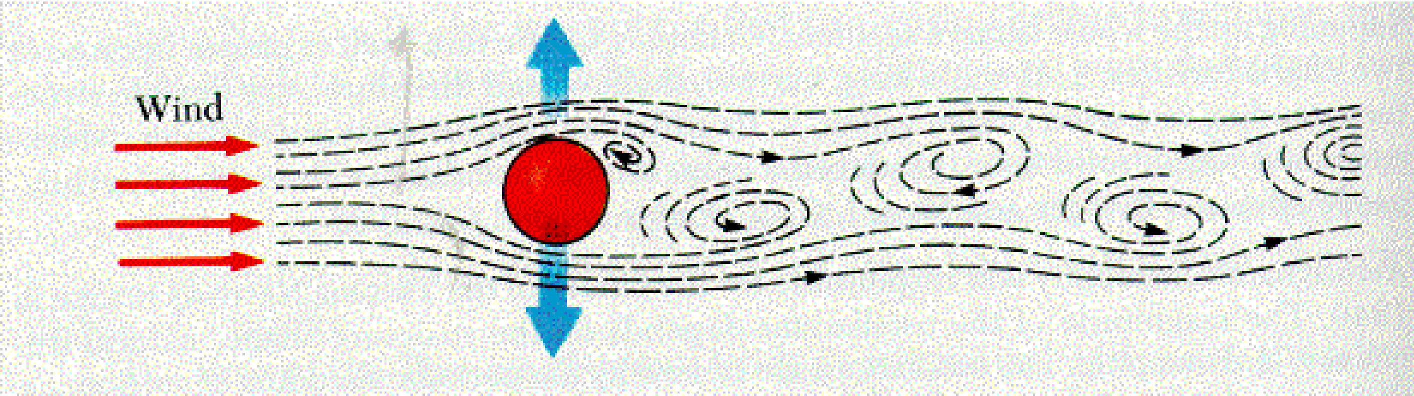


Figure 2 Vortex shedding.