

Lezione 11.

Rappresentazione grafica della risposta in frequenza

Schema della lezione

1. Rappresentazioni grafiche della risposta in frequenza
2. Diagramma di Bode del modulo: convenzioni
3. Diagramma di Bode del modulo: tracciamento
4. Diagramma asintotico di Bode del modulo:
regole per il tracciamento
5. Diagramma di Bode della fase: convenzioni
6. Argomento di un numero complesso
7. Diagramma di Bode della fase: tracciamento
8. Diagramma asintotico di Bode della fase:
regole per il tracciamento
9. Sistemi a fase minima
10. Matlab

1. Rappresentazioni grafiche della risposta in frequenza

La risposta in frequenza $G(j\omega)$ è una funzione a valori **complessi** della variabile reale (positiva) ω . Quindi, per ogni valore reale positivo di ω avrò un punto del piano complesso.

Esempio

$$G(s) = \frac{5}{1+5s}$$

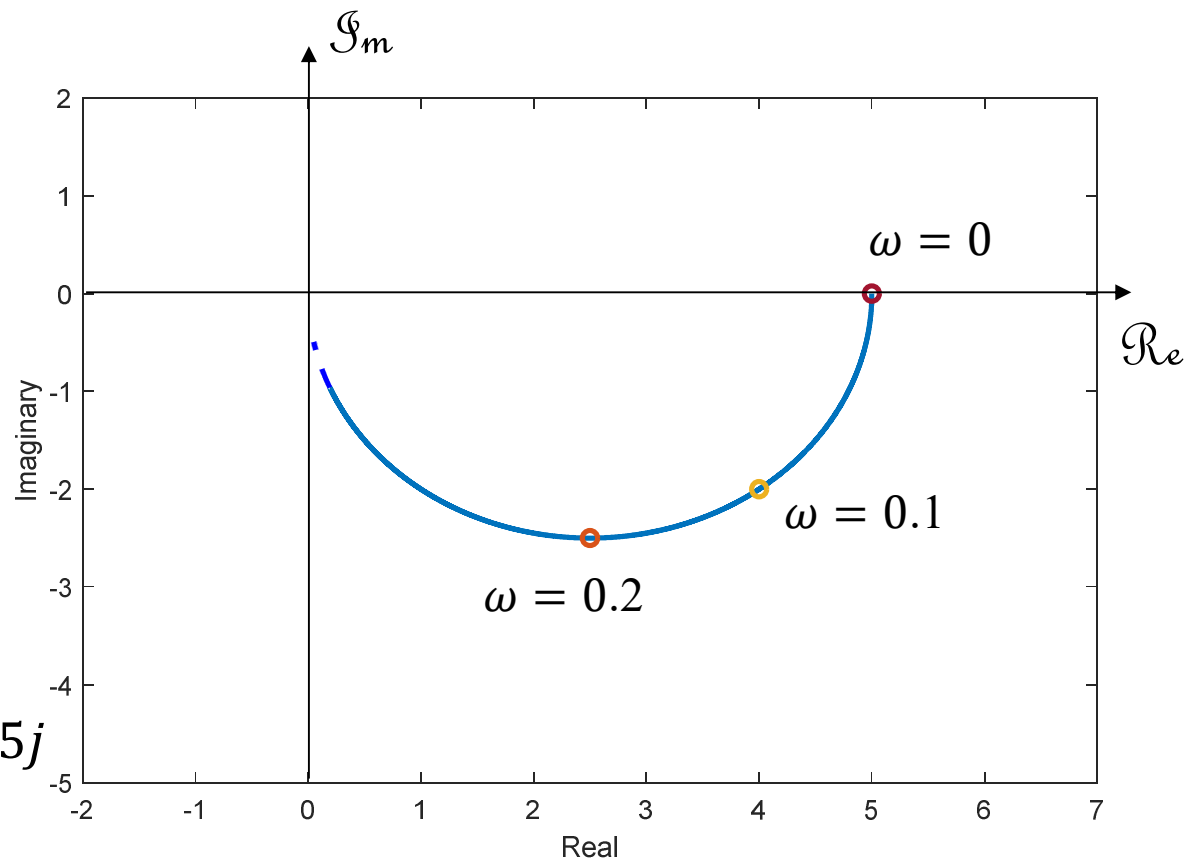
$$G(j\omega) = \frac{5}{1+5j\omega}$$

Calcoliamo qualche punto

$$G(j0) = \frac{5}{1+5j0} = 5$$

$$G(j0.1) = \frac{5}{1+5j0.1} = 4 - 2j$$

$$G(j0.2) = \frac{5}{1+5j0.2} = 2.5 - 2.5j$$



La rappresentazione nel piano complesso della risposta in frequenza si dice **diagramma polare**.

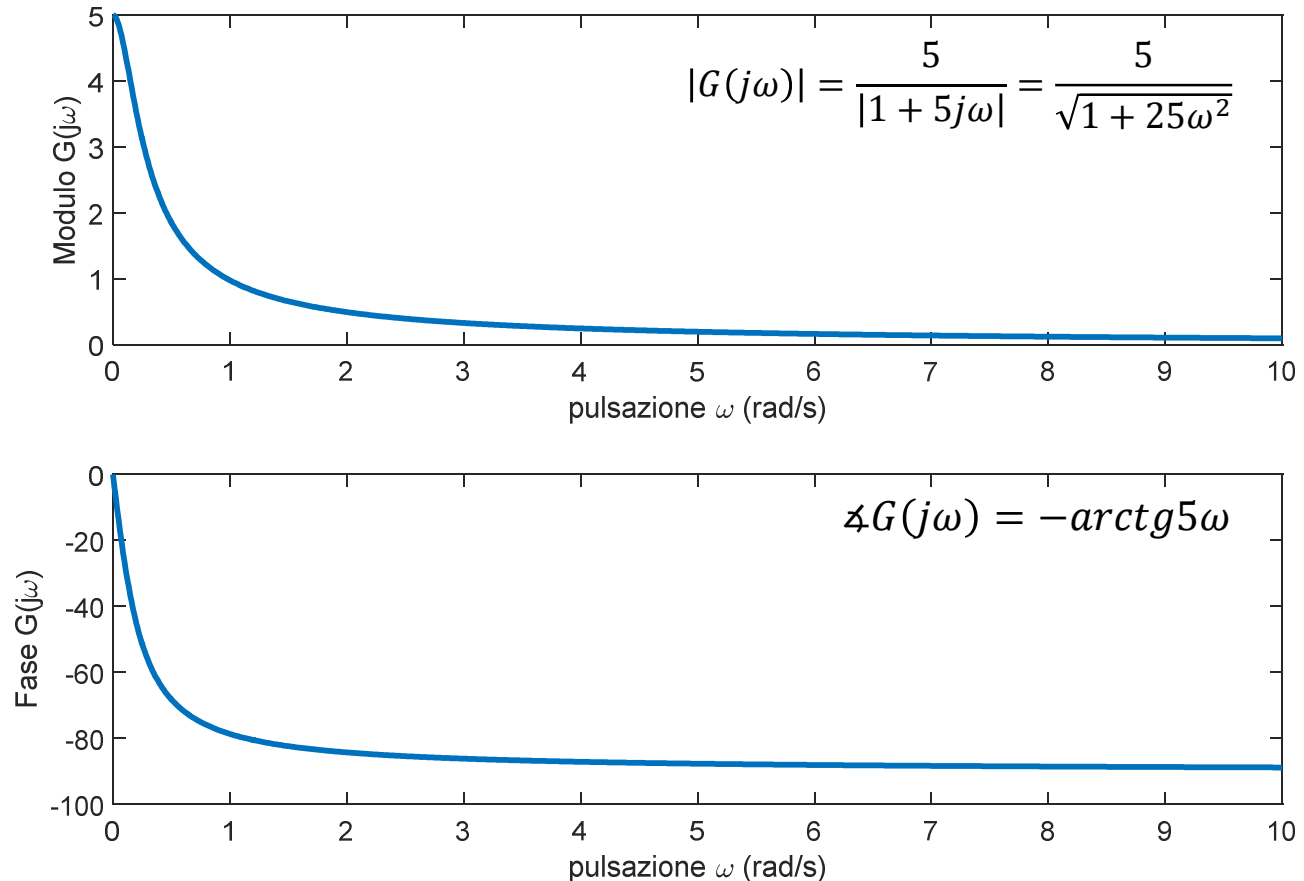
E' possibile rappresentare in **due grafici separati** il **modulo** e la **fase** della risposta in frequenza.

Sia il modulo $|G(j\omega)|$ che la fase $\angle G(j\omega)$ sono funzioni a valori **reali** della variabile reale (positiva) ω .

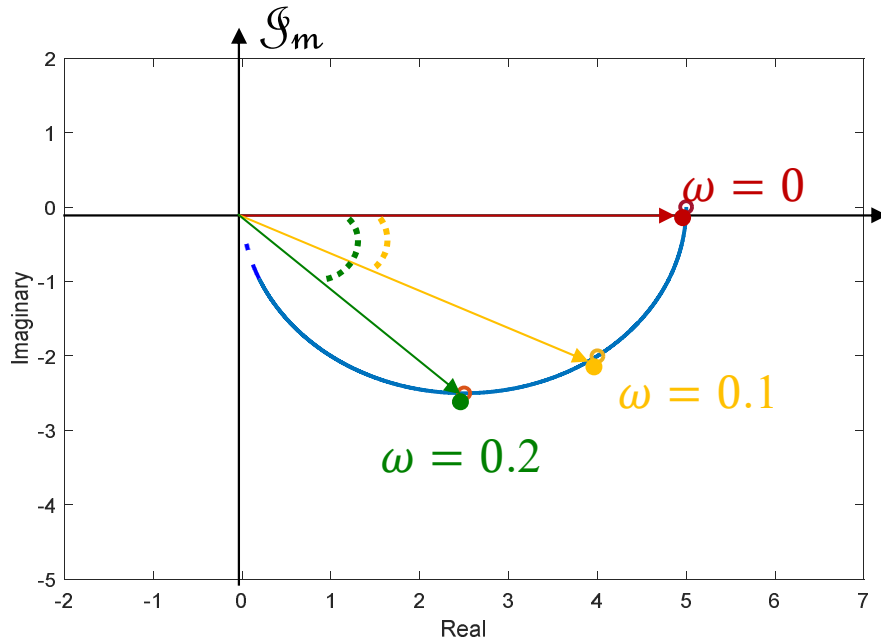
Esempio

$$G(s) = \frac{5}{1+5s}$$

$$G(j\omega) = \frac{5}{1+5j\omega}$$



Le rappresentazioni di modulo e fase della risposta in frequenza in funzione della pulsazione sono **diagramma cartesiani**.



Ovviamente, il contenuto informativo dei diagrammi cartesiani è il medesimo del diagramma polare.

$$\Re \quad G(j0) = \frac{5}{1+5j0} = 5$$

$$G(j0.1) = \frac{5}{1+5j0.1} = 4 - 2j$$

$$G(j0.2) = \frac{5}{1+5j0.2} = 2.5 - 2.5j$$

$$|G(j0)| = 5$$

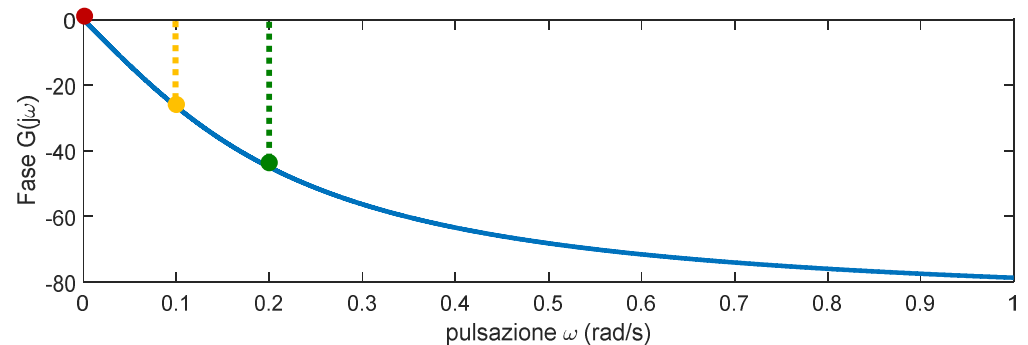
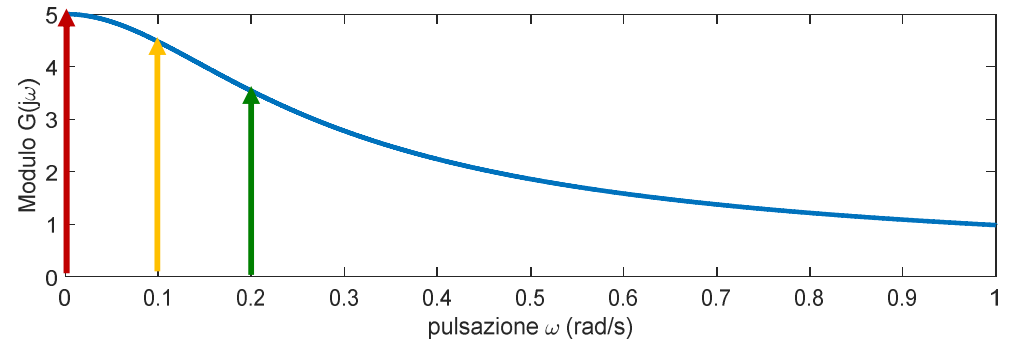
$$|G(j0.1)| = \sqrt{20} \cong 4.47$$

$$|G(j0.2)| = \sqrt{12.5} \cong 3.54$$

$$\angle G(j0) = 0^\circ$$

$$\angle G(j0.1) = -\arctg 0.5 = -26^\circ.6$$

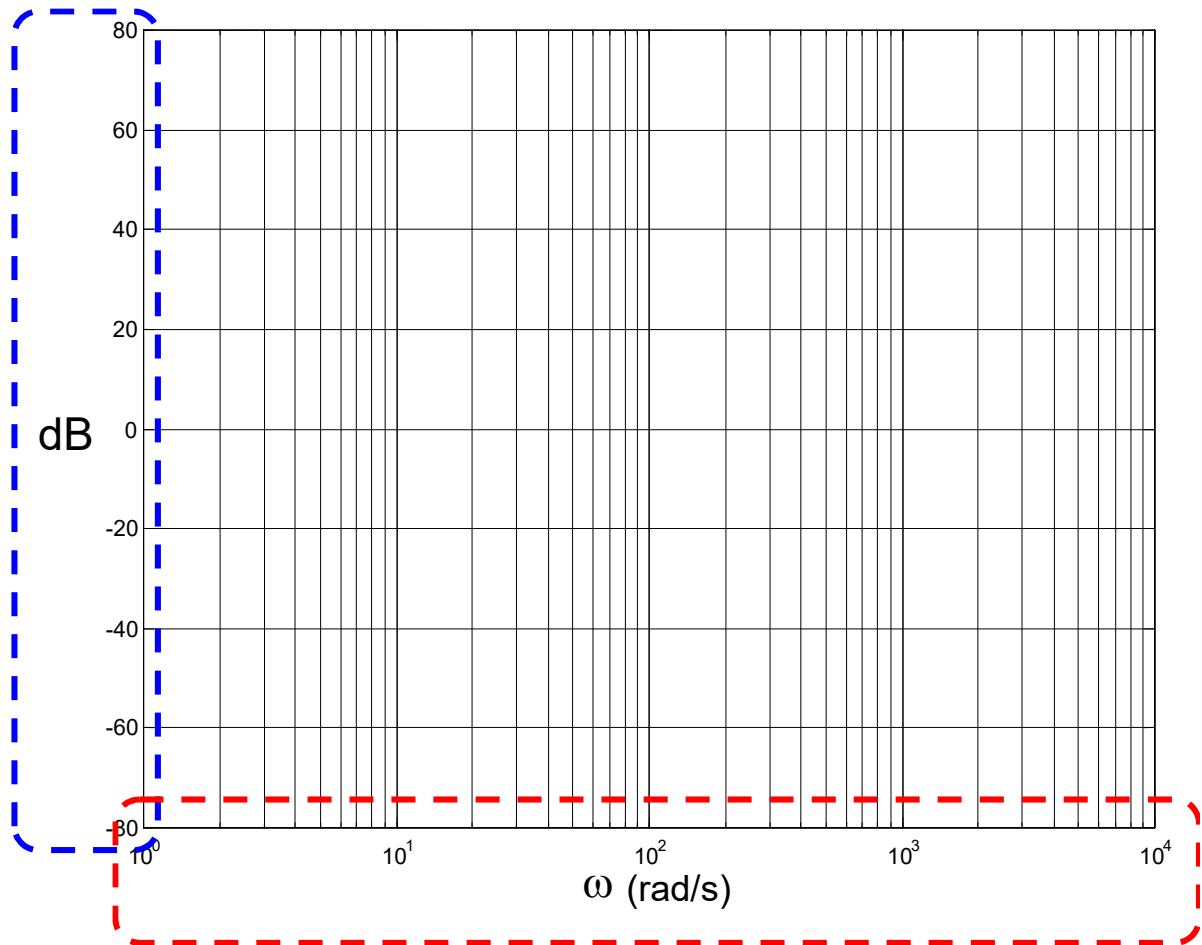
$$\angle G(j0.2) = -\arctg 1 = -45^\circ$$



2. Diagramma di Bode del modulo : convenzioni

Ordinata in dB

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} |G(j\omega)|$$



Ascissa in scala logaritmica $\log \omega_2 - \log \omega_1 = \log \frac{\omega_2}{\omega_1}$

N.B. Logaritmo in base 10

Nota Bene

Scala lineare



$d = x_2 - x_1 = x_4 - x_3$ Punti alla stessa distanza: uguale **differenza** delle ascisse.

Scala logaritmica



$$\begin{aligned} d &= \log \omega_2 - \log \omega_1 = \log \omega_4 - \log \omega_3 \\ &= \log \frac{\omega_2}{\omega_1} = \log \frac{\omega_4}{\omega_3} \end{aligned}$$

Punti alla stessa distanza:
uguale **rapporto** delle ascisse.

3. Diagramma di Bode del modulo : tracciamento

$$G(s) = \frac{\mu \prod_i (1 + sT_i)}{s^g \prod_i (1 + s\tau_i)} \quad \Rightarrow \quad |G(j\omega)| = \frac{|\mu| \prod_i |1 + j\omega T_i|}{|j\omega|^g \prod_i |1 + j\omega \tau_i|}$$

funzione di trasferimento

modulo della risposta in frequenza


modulo della risposta in frequenza in dB

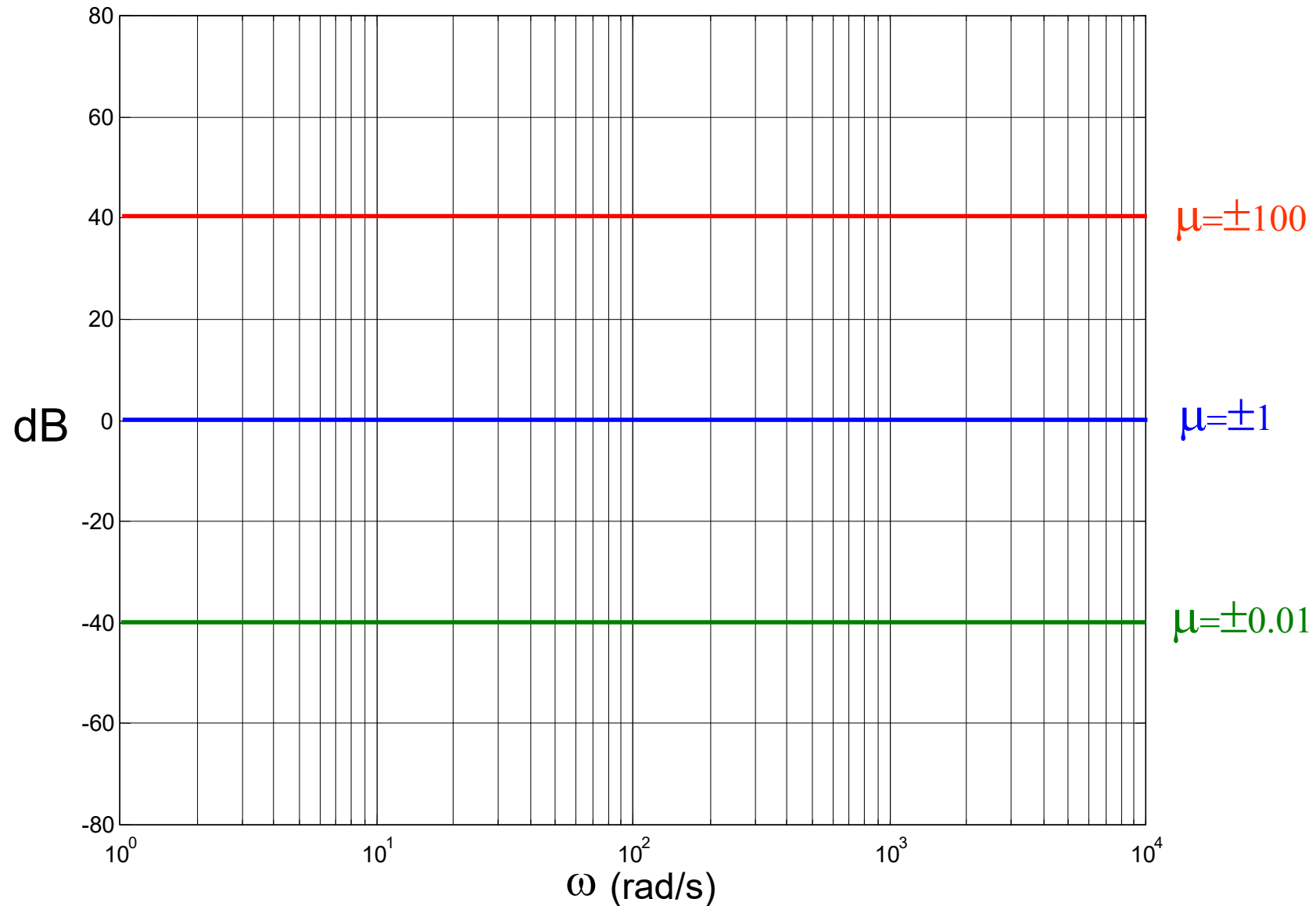
$$|G(j\omega)|_{dB} = \underbrace{20 \log|\mu|}_{\text{guadagno}} - \underbrace{20 \log|j\omega|^g}_{\text{poli o zeri nell'origine}} +$$

$$+ \underbrace{\sum_i 20 \log|1 + j\omega T_i|}_{\text{zeri (reali \& complessi coniugati)}} +$$

$$- \underbrace{\sum_i 20 \log|1 + j\omega \tau_i|}_{\text{poli (reali \& complessi coniugati)}}$$

3.1 Guadagno

$20 \log|\mu|$  retta costante



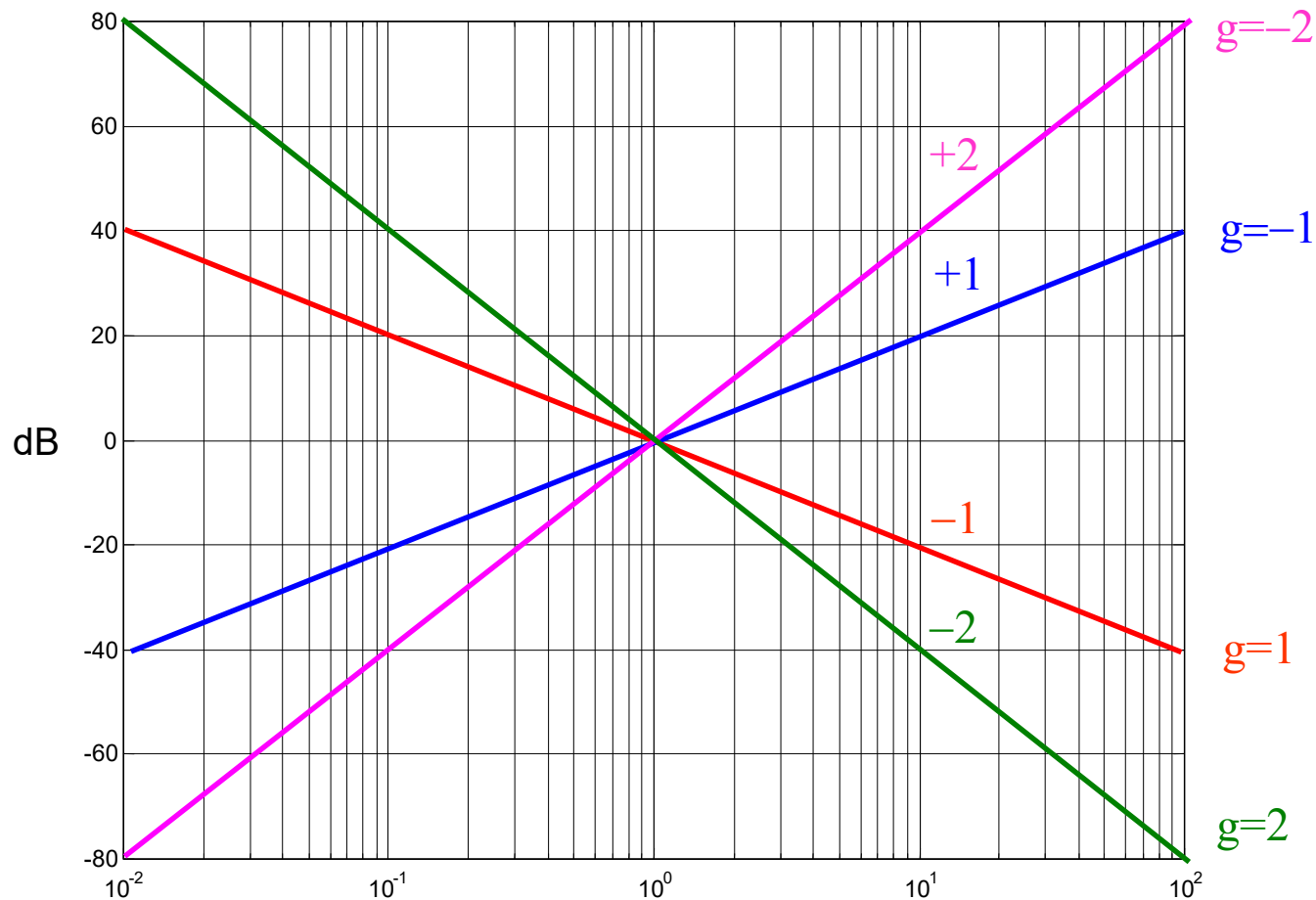
3.2 Poli o zeri nell'origine

$$-20 \log |j\omega|^g = -20g \log \omega$$

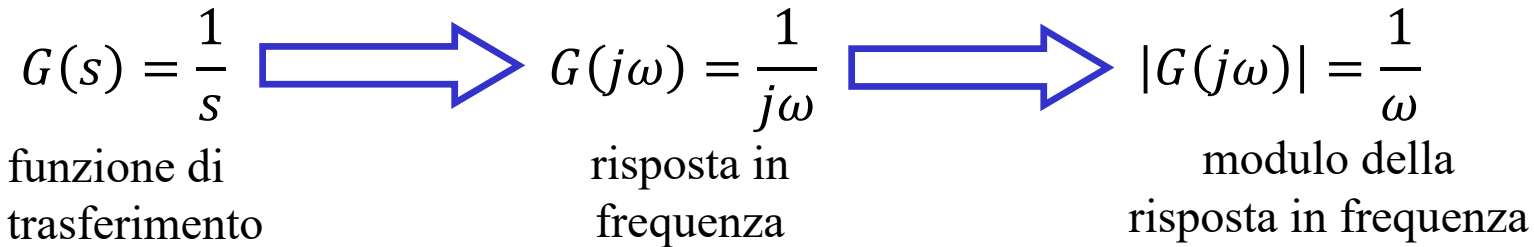


retta con pendenza
-20g dB per decade
passante per 0 dB in $\omega = 1$

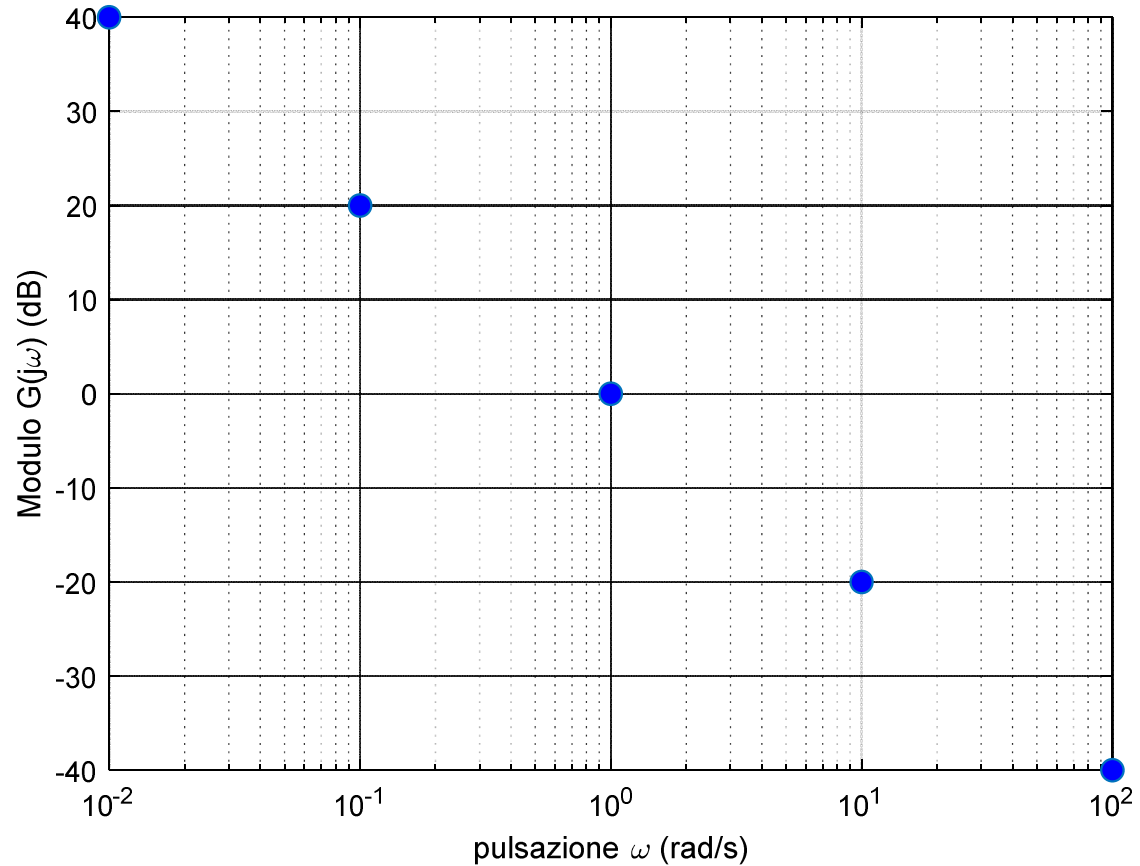
per convenzione la pendenza si indica con -g



Esempio esplicativo



ω	$ G(j\omega) = \frac{1}{\omega}$
0.01	100 \rightarrow 40 dB
0.1	10 \rightarrow 20 dB
1	1 \rightarrow 0 dB
10	0.1 \rightarrow -20 dB
100	0.01 \rightarrow -40 dB




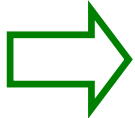
3.3.a Zero reale

$$20 \log|1 + j\omega T| = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \quad T \text{ reale}$$


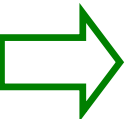
Il disegno di questa funzione di ω non è facile.

Si può trovare un'approssimazione ragionevole guardando il comportamento ad alte e basse pulsazioni.

Basse ω


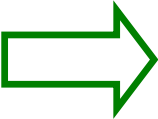
 se $\omega^2 T^2 \ll 1$, cioè $\omega \ll \frac{1}{|T|}$  $20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \cong 0 \text{ dB}$

Alte ω


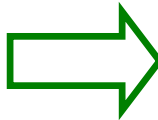
 se $\omega^2 T^2 \gg 1$, cioè $\omega \gg \frac{1}{|T|}$  $20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \cong$
 $\cong 20 \log \omega |T| \cong$
 $\cong 20 \log \omega + 20 \log |T|$

Approssimazione asintotica

Basse ω

 per $\omega < \frac{1}{|T|}$  retta costante a 0 dB

Alte ω

 per $\omega > \frac{1}{|T|}$  retta passante per 0 dB in $\omega = \frac{1}{|T|}$
con pendenza +1

Infatti, si può calcolare l'intersezione con l'asse delle ascisse:

$$20 \log \omega + 20 \log |T| = 0$$

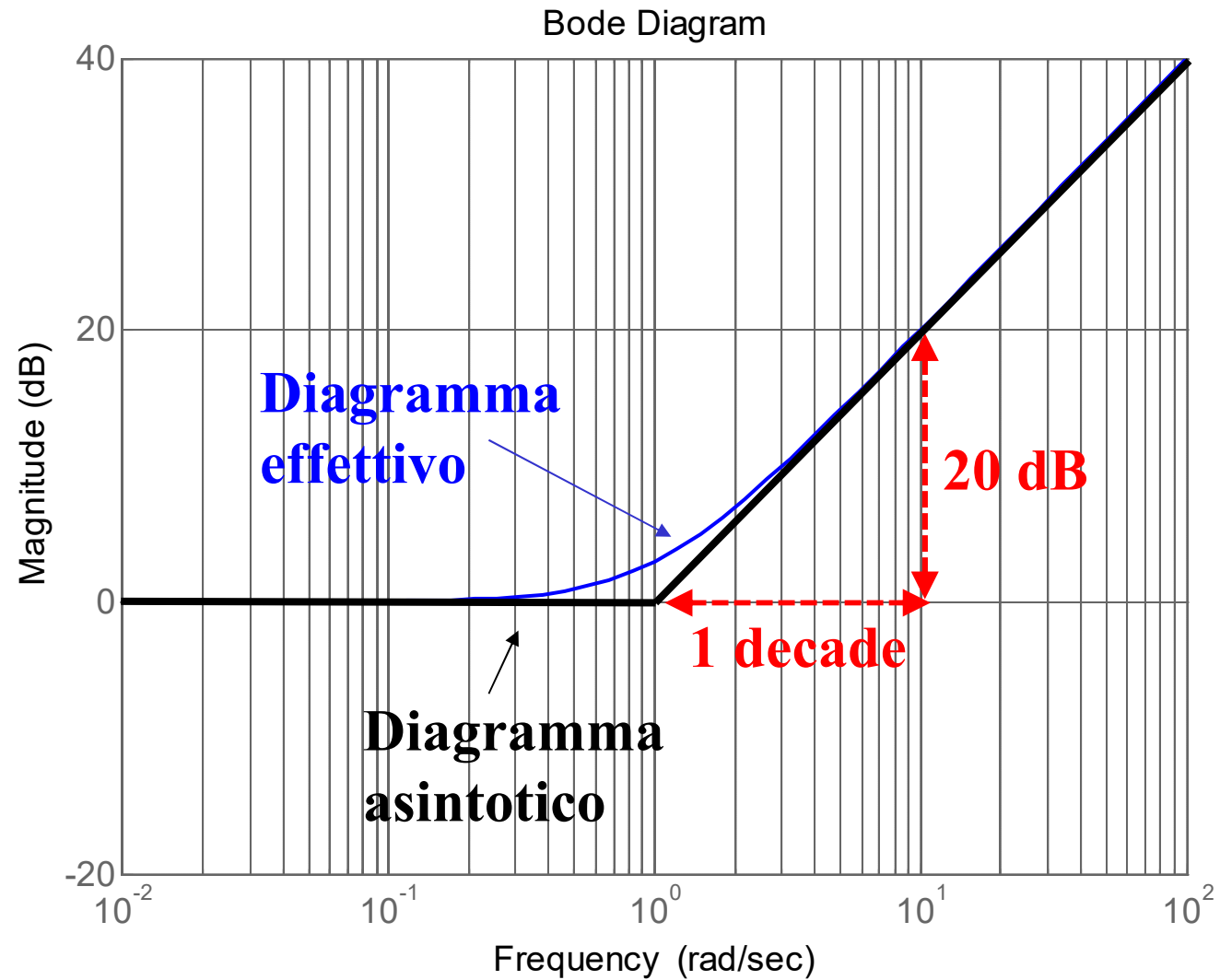
$$20 \log \omega = -20 \log |T|$$

$$20 \log \omega = 20 \log \frac{1}{|T|}$$

$$\omega = \frac{1}{|T|}$$

Zero reale (esempio)

$$G(s) = 1 + s$$



Valutazione dell'errore massimo

Si consideri $G(s) = 1 + sT$

L'errore in $\omega = \frac{1}{|T|}$ vale:

$$\begin{aligned} E &= 20 \log|1 + j\omega T| = 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2} = \\ &= 20 \log \sqrt{1 + \frac{1}{T^2} T^2} = 20 \log \sqrt{2} \cong 3 \text{ dB} \end{aligned}$$

L'errore massimo che si commette usando il diagramma asintotico è pari a 3 dB (per ogni zero), in corrispondenza della pulsazione dello zero.

3.3.b Zeri complessi coniugati

$$20 \log|1 + j\omega T| + 20 \log|1 + j\omega \bar{T}| \quad T \text{ complesso}$$

Usiamo l'espressione con smorzamento e pulsazione naturale

$$\tilde{G}(s) = 1 + 2 \frac{\xi}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2} \quad \text{funzione di trasferimento}$$



$$\tilde{G}(j\omega) = 1 + 2 \frac{\xi}{\omega_n} j\omega + \frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2} = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + j2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \quad \text{risposta in frequenza}$$

Il modulo (in dB) vale



$$|\tilde{G}(j\omega)|_{dB} = 20 \log \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \frac{4\xi^2\omega^2}{\omega_n^2}}$$

Cerchiamo l'approssimazione asintotica:

Basse ω

 per $\omega \ll \omega_n$  retta costante a **0 dB**

Alte ω

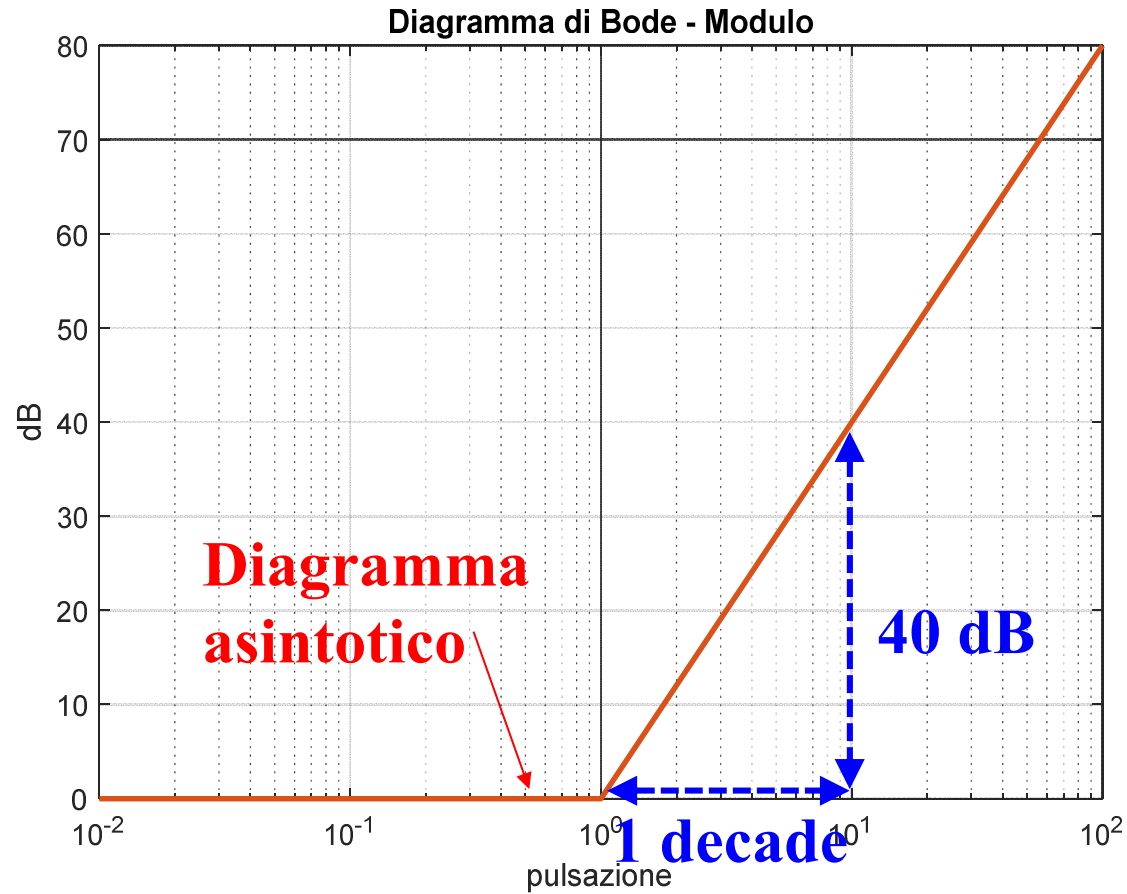
 per $\omega \gg \omega_n$  $|\tilde{G}(j\omega)|_{dB} \cong 20 \log \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2} =$
 $= 40 \log \frac{\omega}{\omega_n} = 40 \log \omega - 40 \log \omega_n$

retta passante per 0 dB in $\omega = \omega_n$
con pendenza +2

Zeri complessi coniugati (esempio)

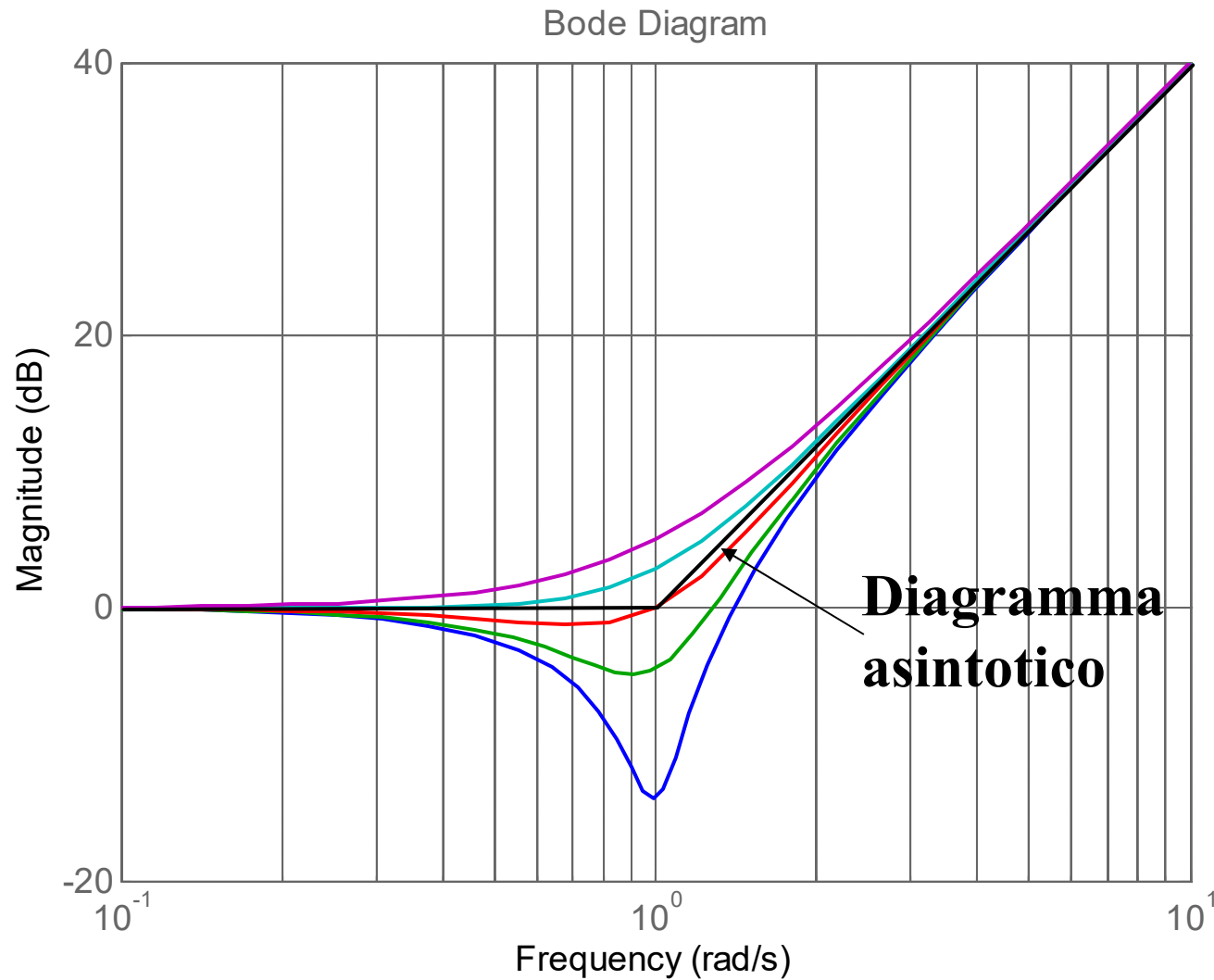
$$\tilde{G}(s) = 1 + s + s^2$$

$$\omega_n = 1$$
$$\xi = 0.5$$



Zeri complessi coniugati (esempio)

$$\tilde{G}(s) = 1 + 2\xi s + s^2 \quad \omega_n = 1$$



$$|\xi| = 0.1$$

$$|\xi| = 0.3$$

$$|\xi| = 0.5$$

$$|\xi| = 0.7$$

$$|\xi| = 0.9$$

Valutazione dell'errore massimo

L'errore in $\omega = \omega_n$ **dipende da ξ**

$$E = 20 \log \left. \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \frac{4\xi^2 \omega^2}{\omega_n^2}} \right|_{\omega=\omega_n} = 20 \log \sqrt{4\xi^2} = 20 \log(2|\xi|)$$

se $|\xi| = 1$ $E = 20 \log 2 \cong 6 \text{ dB}$ (2 poli reali coincidenti!)

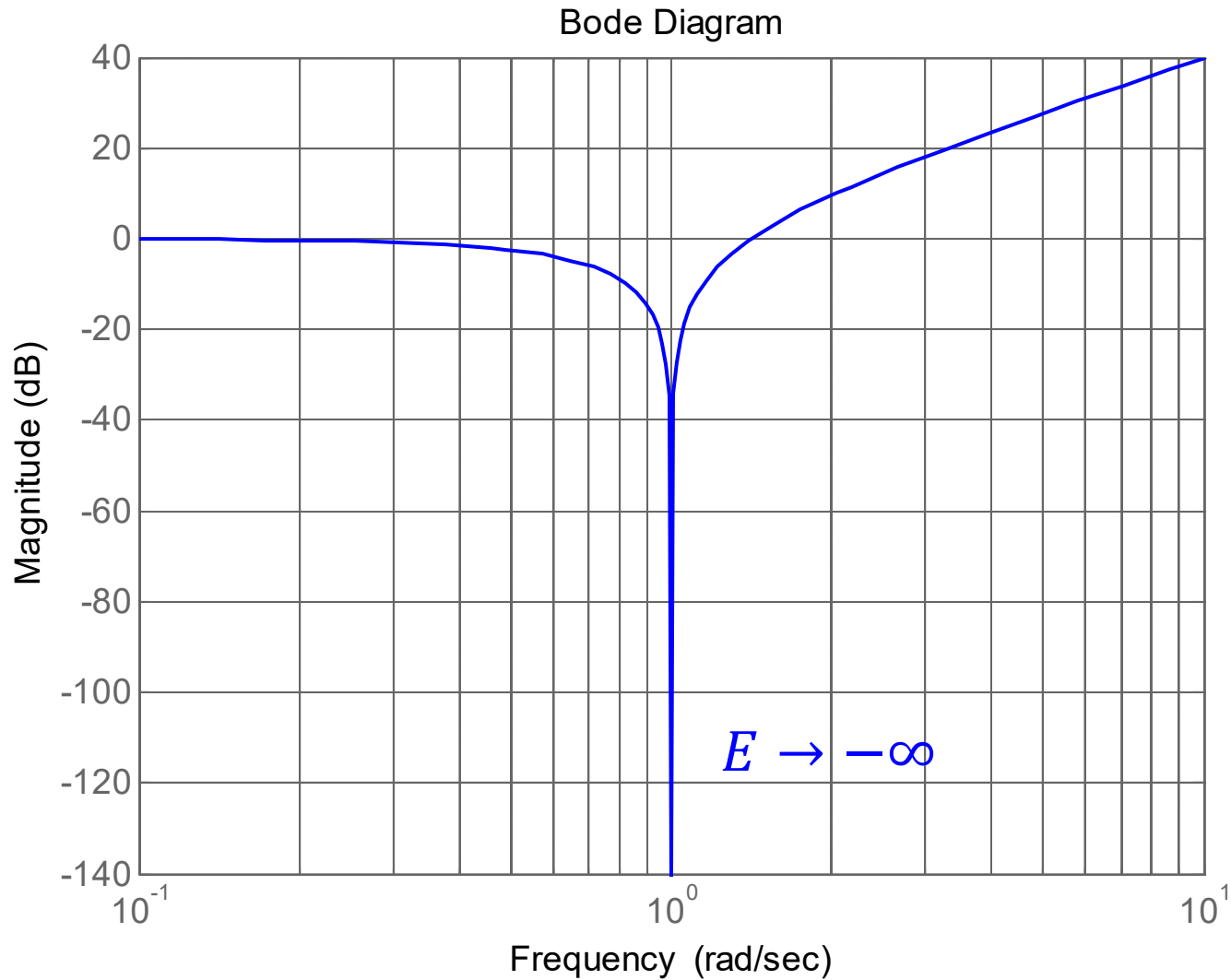
se $\xi \rightarrow 0$ $E \rightarrow -\infty$

Zeri immaginari coniugati (esempio)

$$\tilde{G}(s) = 1 + s^2$$

$$\omega_n = 1$$

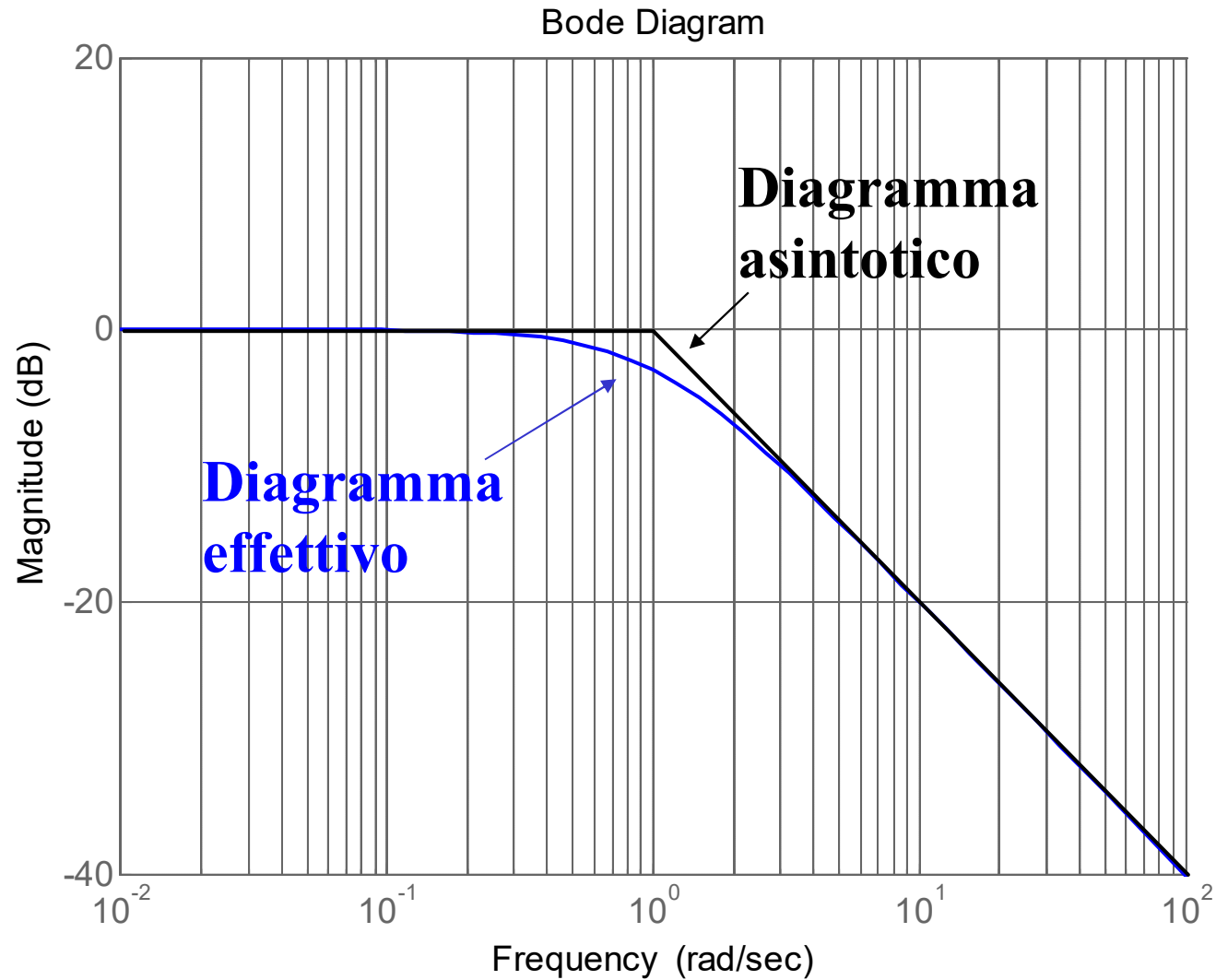
$$\xi = 0$$



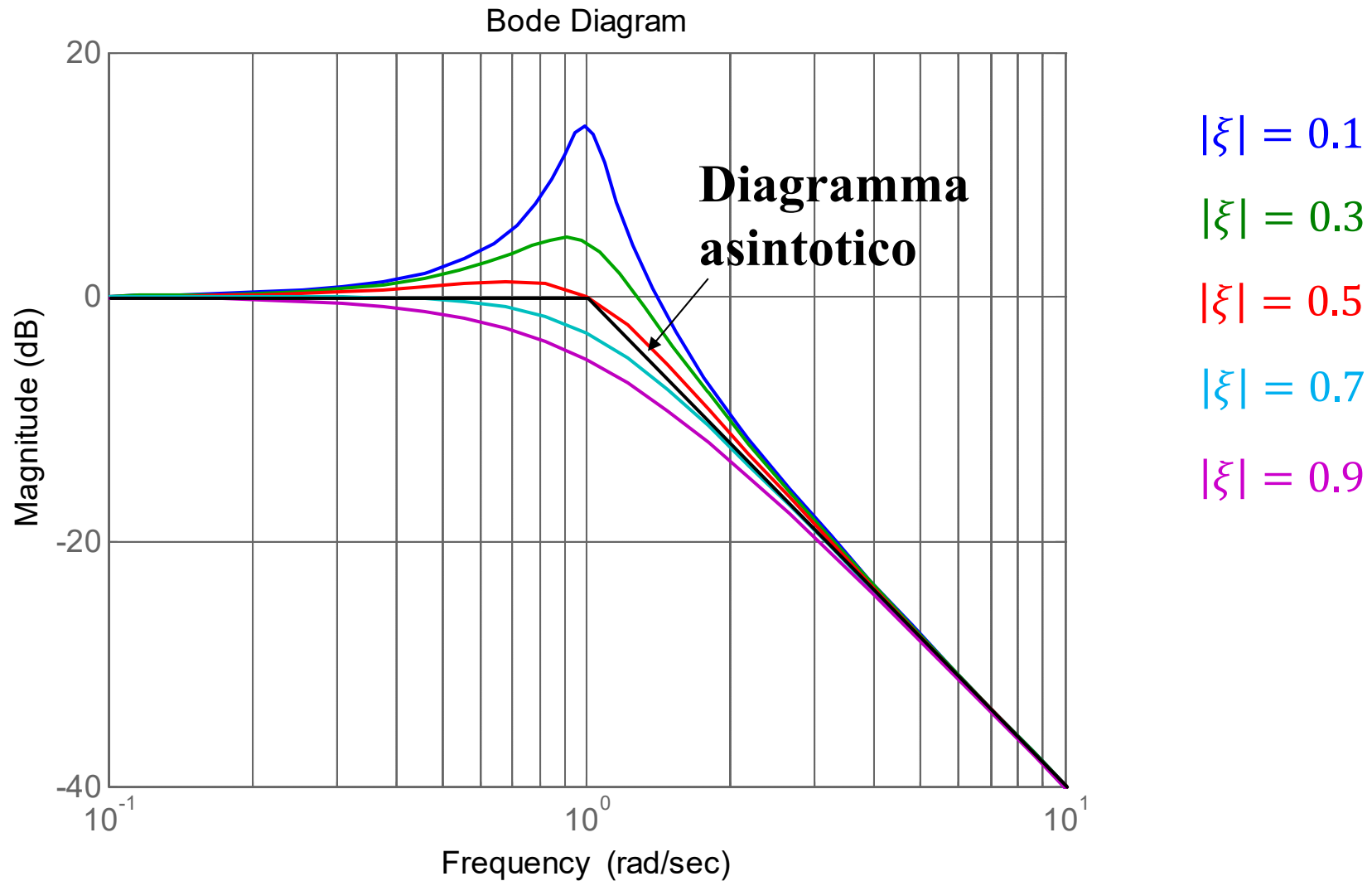
Per i **poli** i diagrammi sono uguali a quelli degli zeri con il segno cambiato

Polo reale (esempio)

$$G(s) = \frac{1}{1 + s}$$



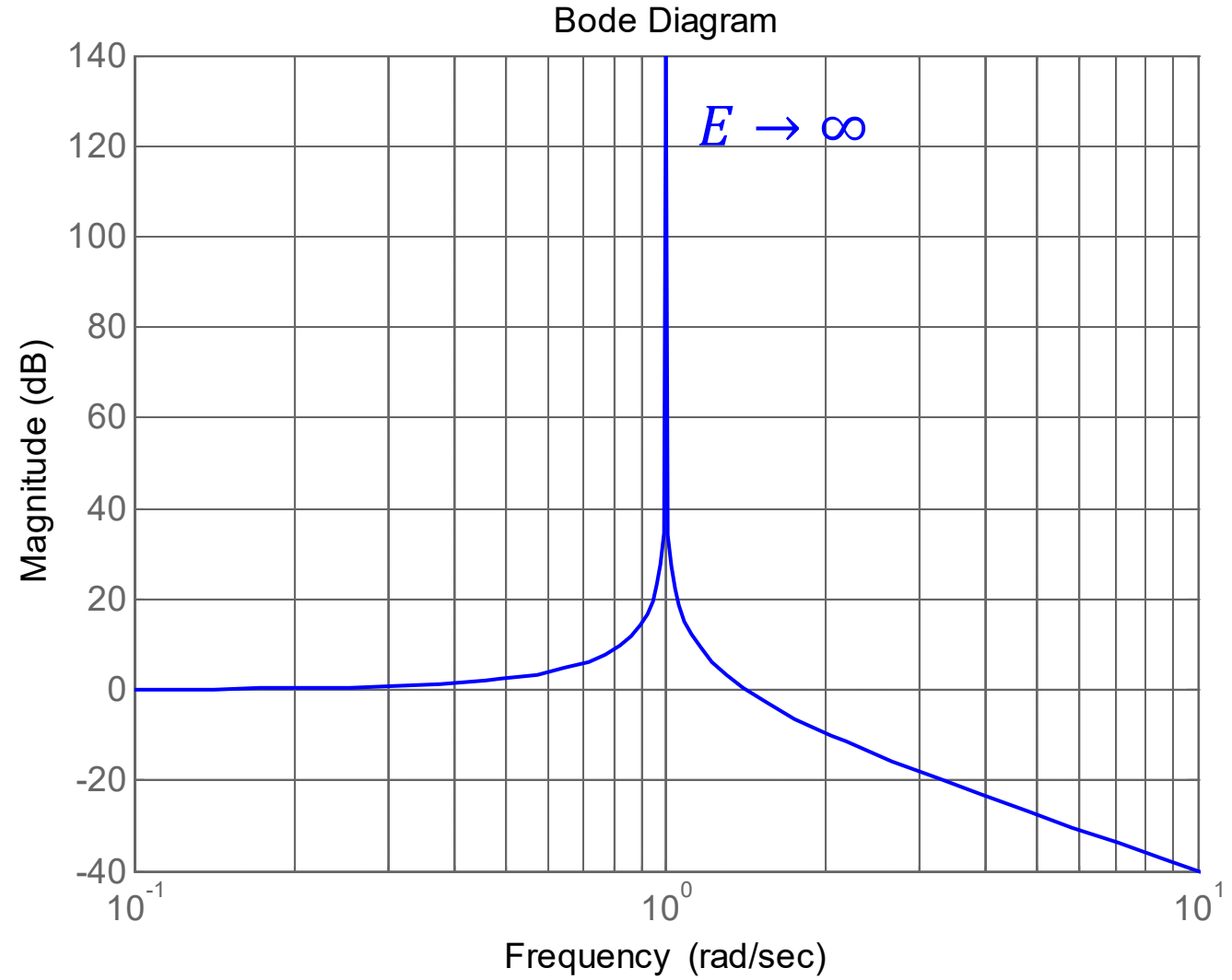
Poli complessi coniugati (esempio) $G(s) = \frac{1}{1 + 2\xi s + s^2}$ $\omega_n = 1$



Poli immaginari coniugati (esempio)

$$G(s) = \frac{1}{1 + s^2}$$

$$\omega_n = 1$$
$$\xi = 0$$



Esempio esplicativo

$$G(s) = \frac{10(1 + s)}{s(1 + 0.1s)}$$

Proviamo a disegnare i singoli contributi e poi sommiamoli

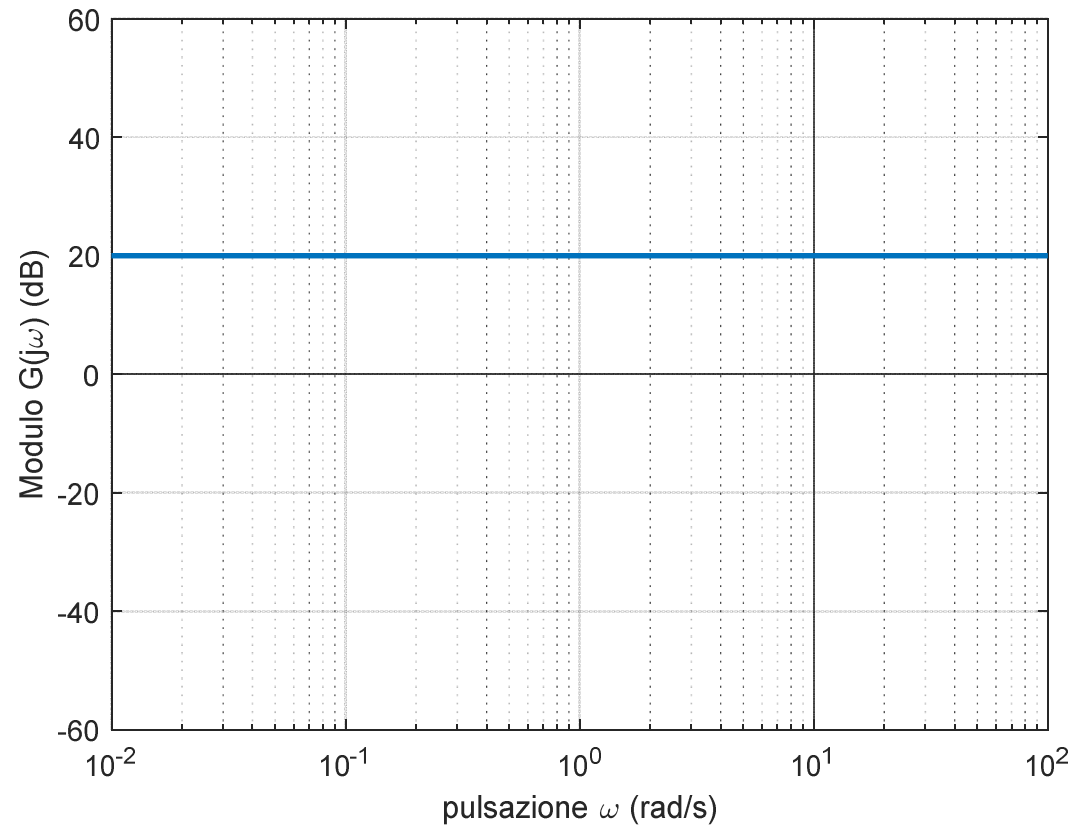
Guadagno $\mu = 10$

Un polo nell'origine $\frac{1}{s}$

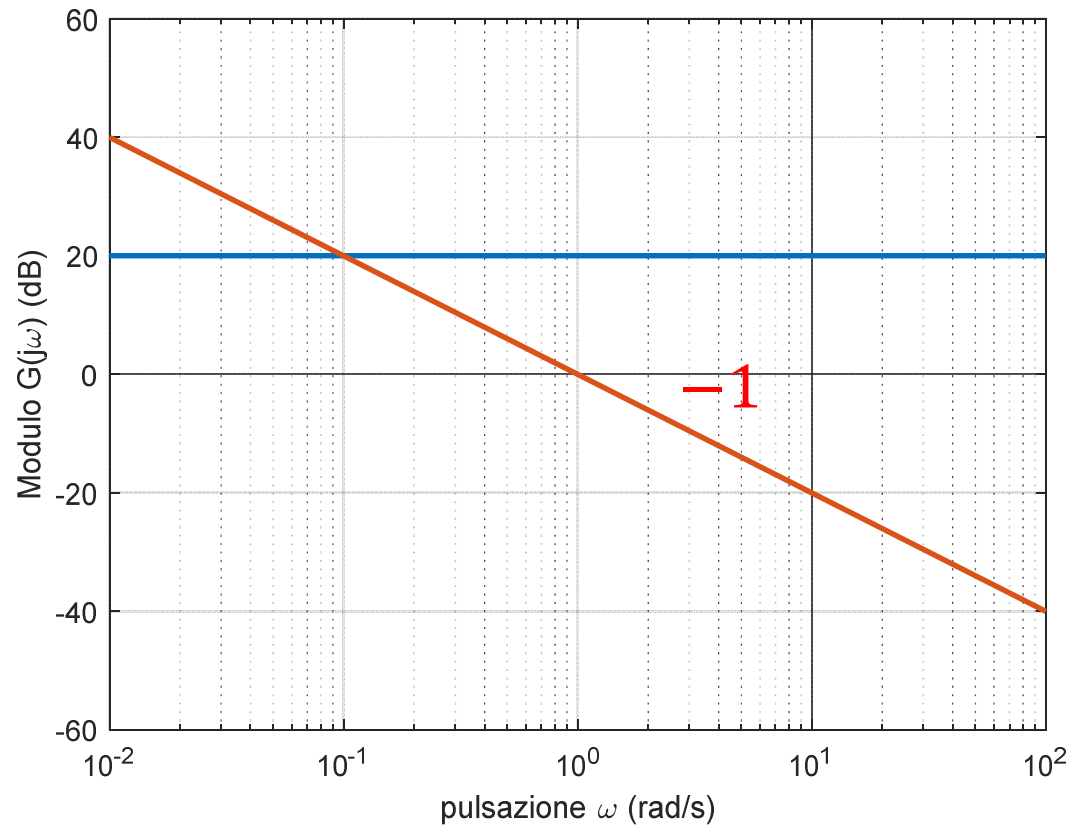
Uno zero reale in $-1 \rightarrow (1 + s)$

Un polo reale in $-10 \rightarrow (1 + 0.1s)$

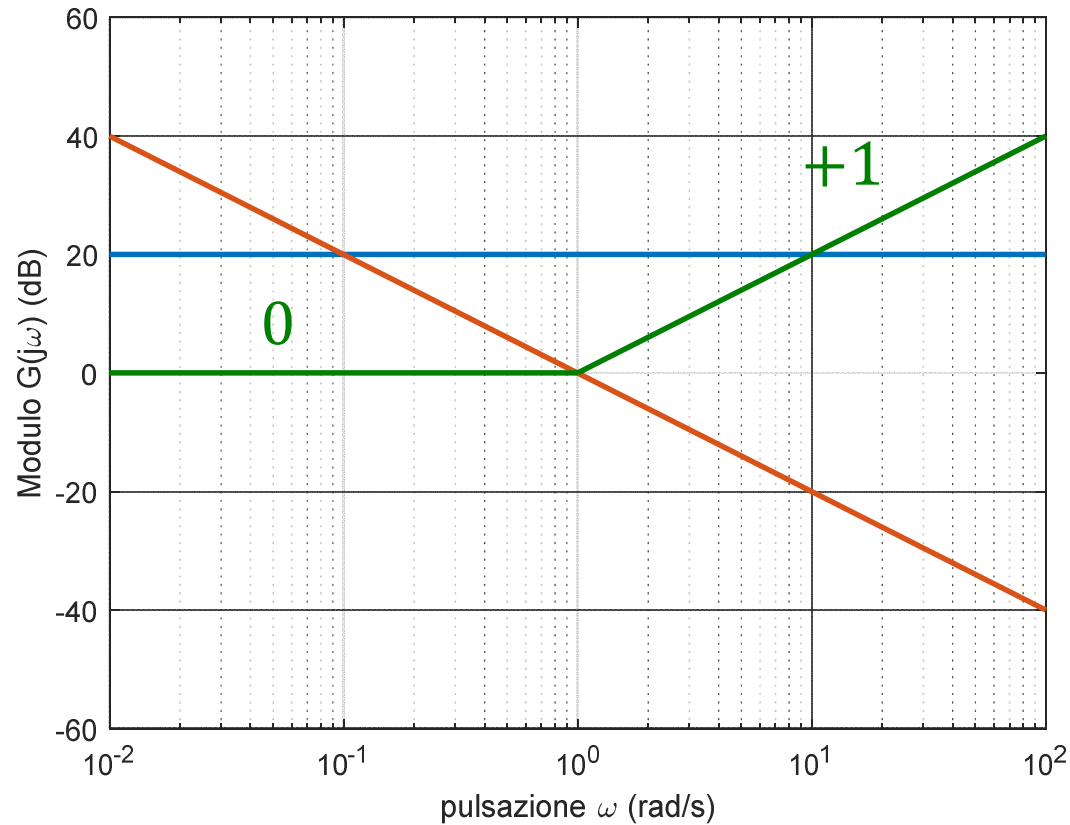
Guadagno $\mu = 10 \rightarrow$ retta costante a 20 dB



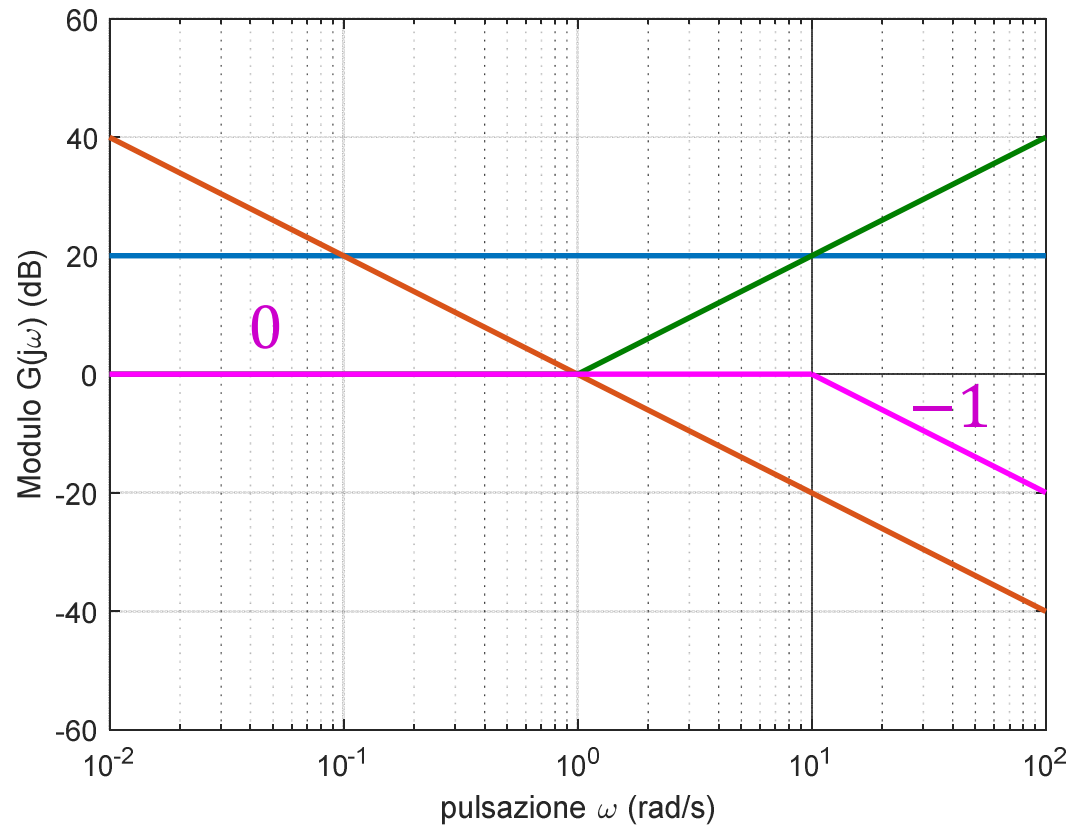
Un polo nell'origine $\frac{1}{s}$ \rightarrow retta con pendenza -1 per $\omega = 1 \text{ rad/s}$



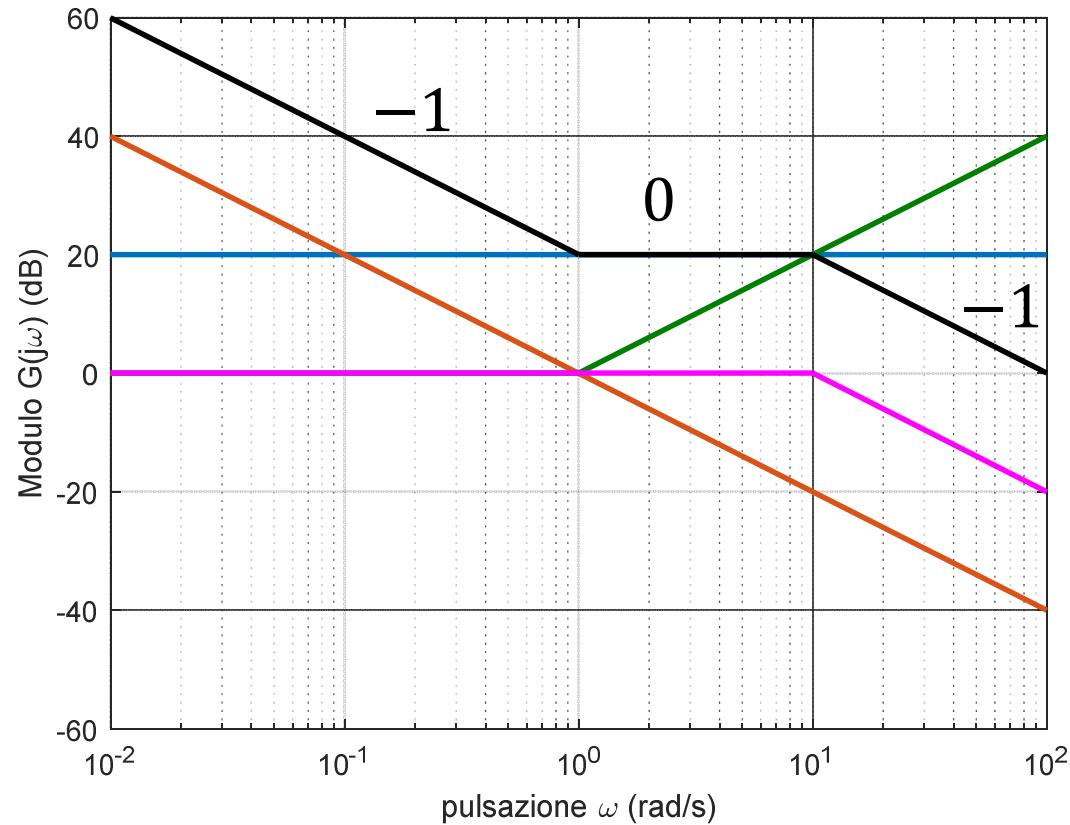
Uno zero reale ($1 + s$) \rightarrow 0 dB fino ad $\omega = 1 \text{ rad/s}$ e poi retta con pendenza +1



Un polo reale $\frac{1}{(1+0.1s)}$ \rightarrow 0 dB fino ad $\omega = 10 \text{ rad/s}$ e poi retta con pendenza -1



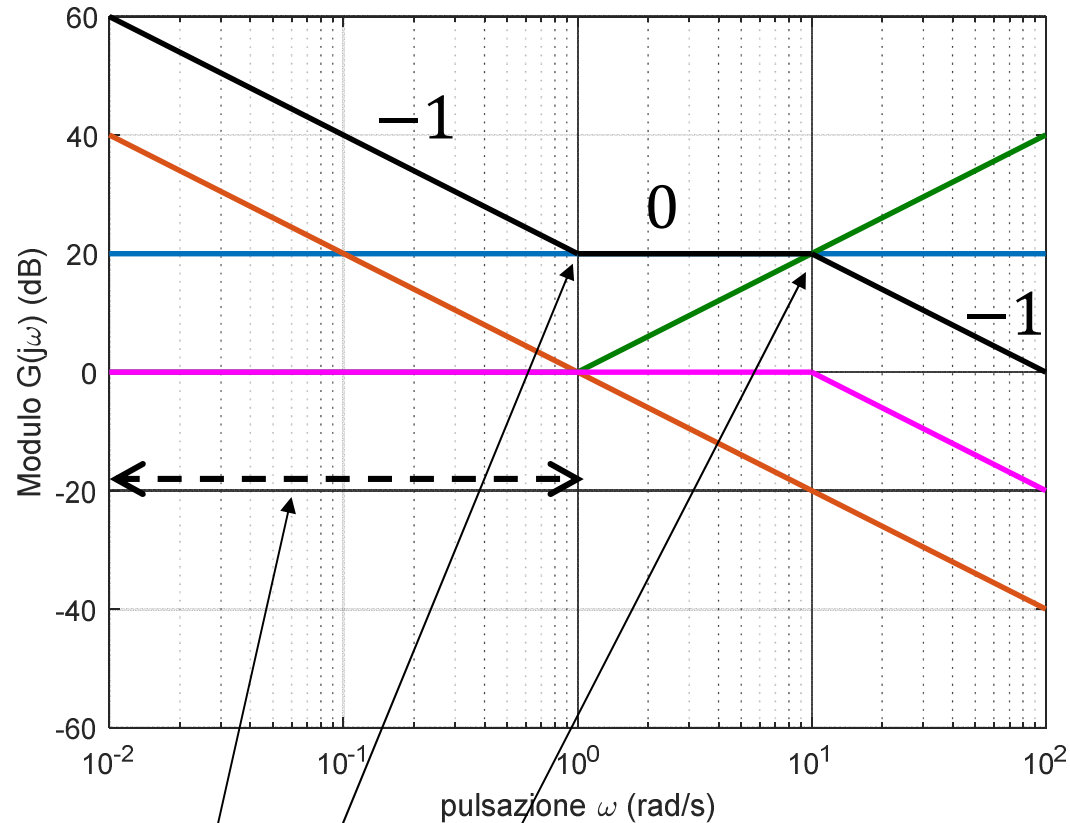
Sommando le 4 curve si ottiene il diagramma



Guadagno 10
Polo nell'origine
Zero in -1
Polo in -10

Totale

E' un metodo un po' laborioso...



In questa zona il **polo in -10** e lo **zero in -1** non danno contributo. Contano solo il **polo nell'origine** ed il **guadagno**.

Qui «interviene» lo **zero in -1** provocando un cambiamento di pendenza $+1$ e la pendenza passa da -1 a 0 .

Qui «interviene» il **polo in -10** provocando un cambiamento di pendenza -1 e la pendenza passa da 0 a -1 .

4. Diagramma asintotico di Bode del modulo : regole per il tracciamento

1. la pendenza iniziale vale $-g$
2. il tratto iniziale passa in $|\mu|_{\text{dB}}$ per $\omega = 1 \text{ rad/s}$
3. cambi di pendenza in corrispondenza di poli (-1) e zeri ($+1$)

Osservazione

La pendenza finale (per $\omega \rightarrow \infty$) è data da :

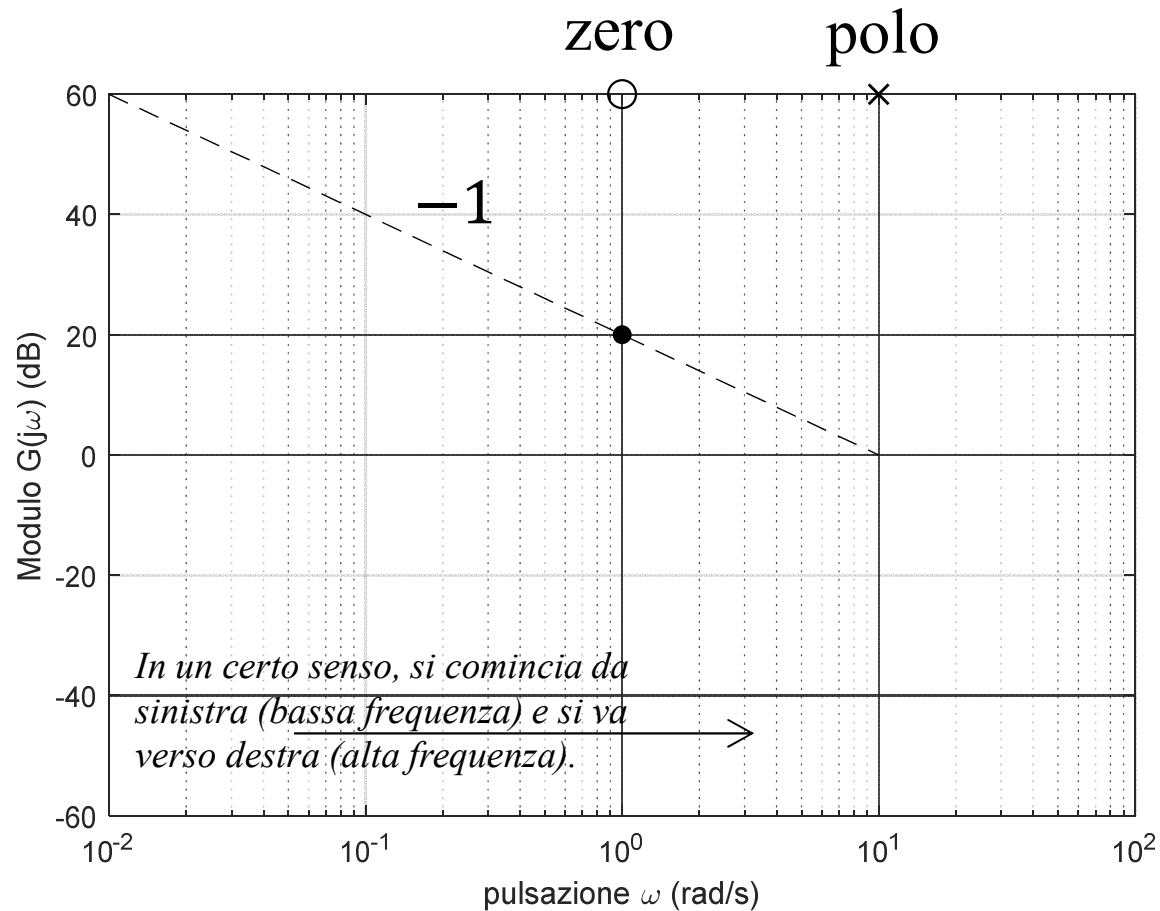
$$n^{\circ} \text{ zeri} - n^{\circ} \text{ poli} \leq 0$$

(= 0 solo se $G(s)$ è non strett. propria)

Esempio

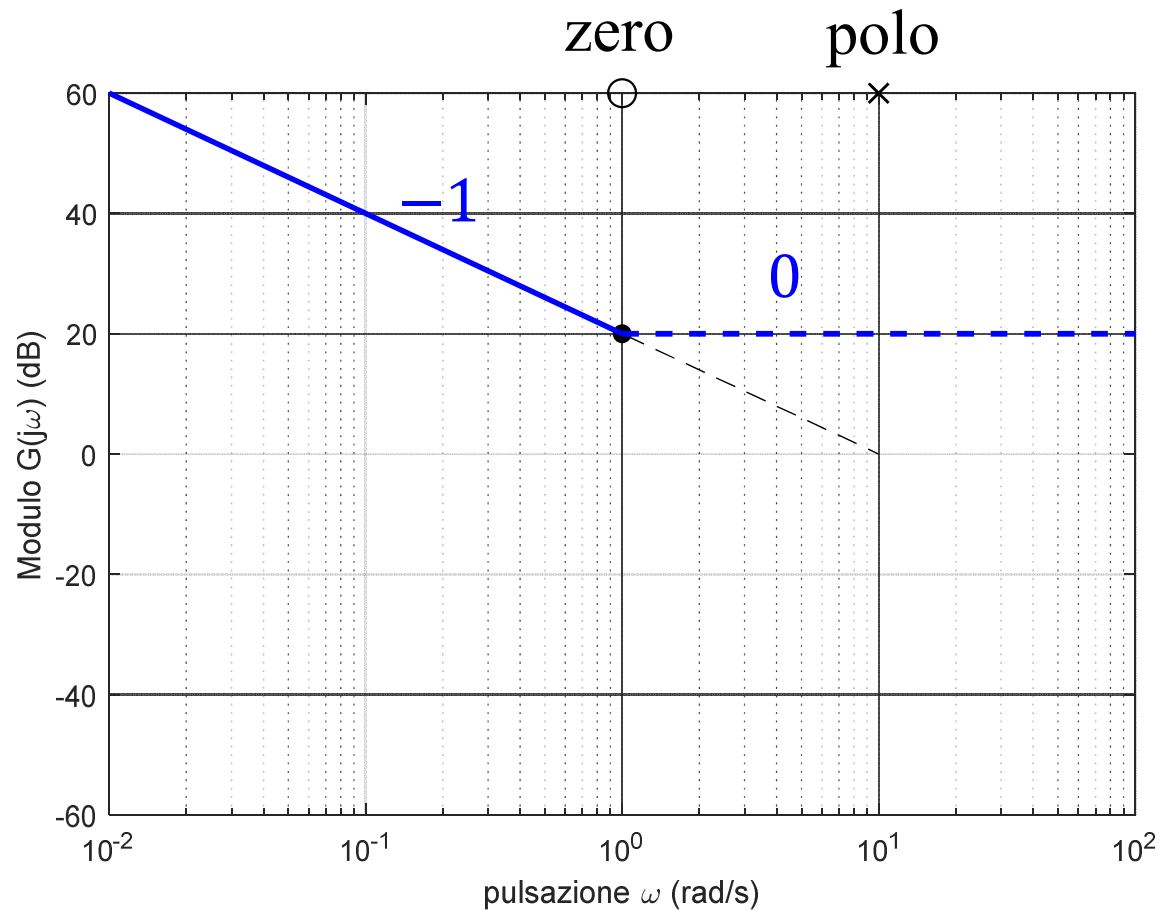
$$G(s) = \frac{10(1 + s)}{s(1 + 0.1s)}$$

1. la pendenza iniziale vale -1
2. il tratto iniziale passa in 20 dB per $\omega = 1 \text{ rad/s}$



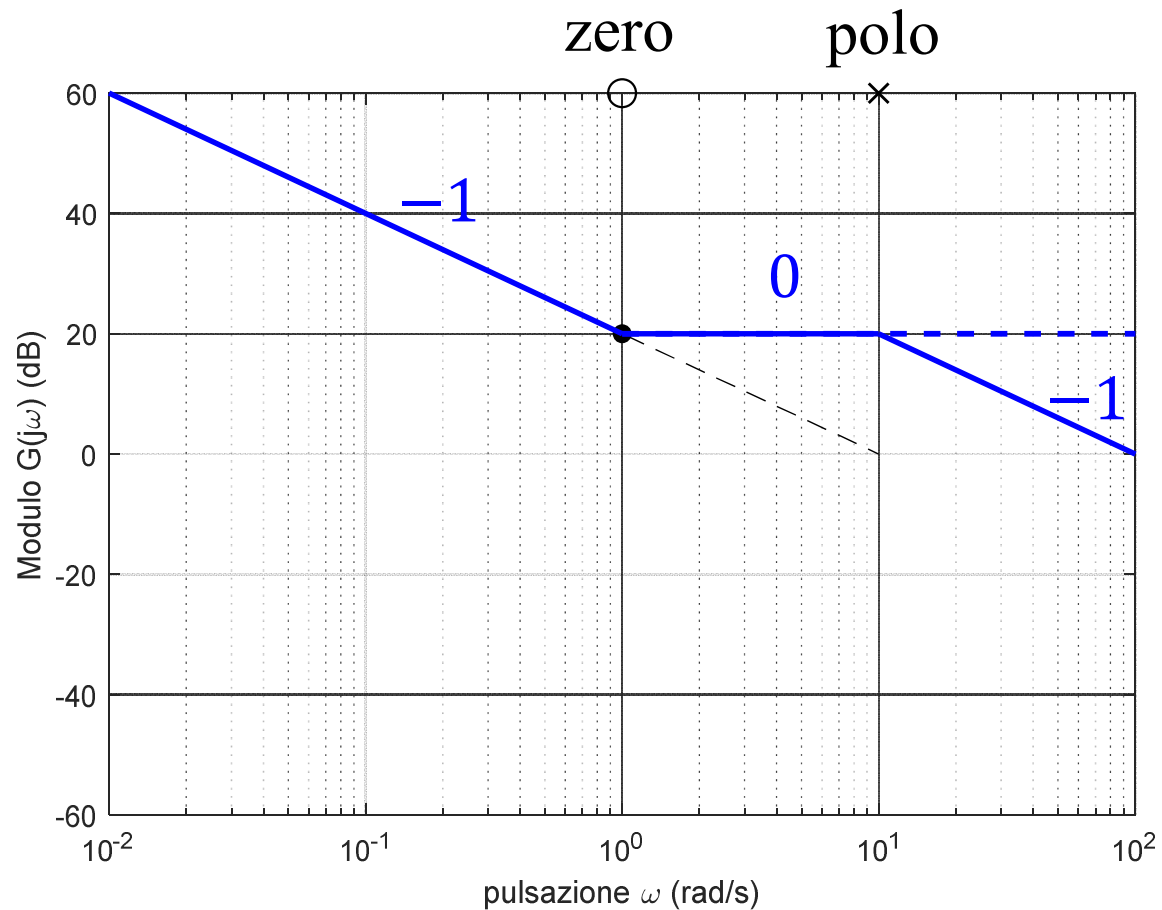
3. cambi di pendenza in corrispondenza di poli (-1) e zeri (+1)

Il primo che incontro (da sx a dx) è lo zero.



3. cambi di pendenza in corrispondenza di poli (-1) e zeri (+1)

Poi incontro il polo (sempre da sx a dx).

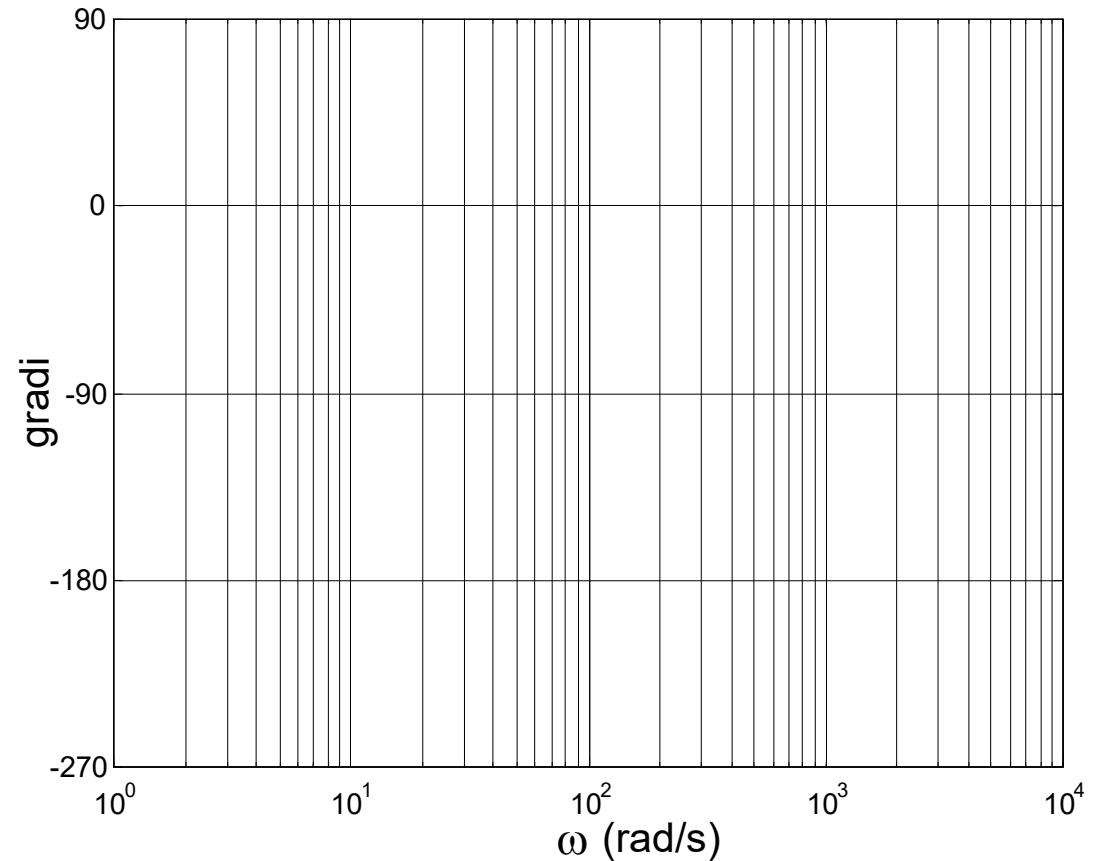


5. Diagramma di Bode della fase : convenzioni

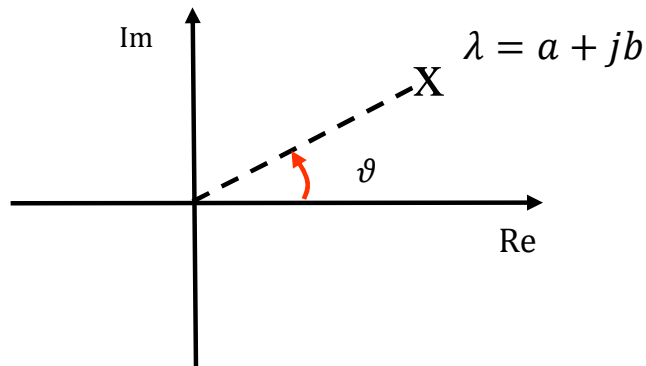
➤ Ordinata in gradi
 $\angle G(j\omega)$

➤ Ascissa in
scala logaritmica

$$\log \omega_2 - \log \omega_1 = \log \frac{\omega_2}{\omega_1}$$



6. Argomento o fase di un numero complesso



Convenzione:

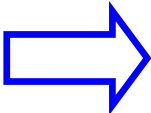


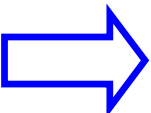
$$-180^\circ \leq \angle \lambda < 180^\circ$$

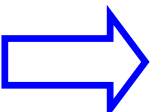


La fase di un numero reale negativo è -180°

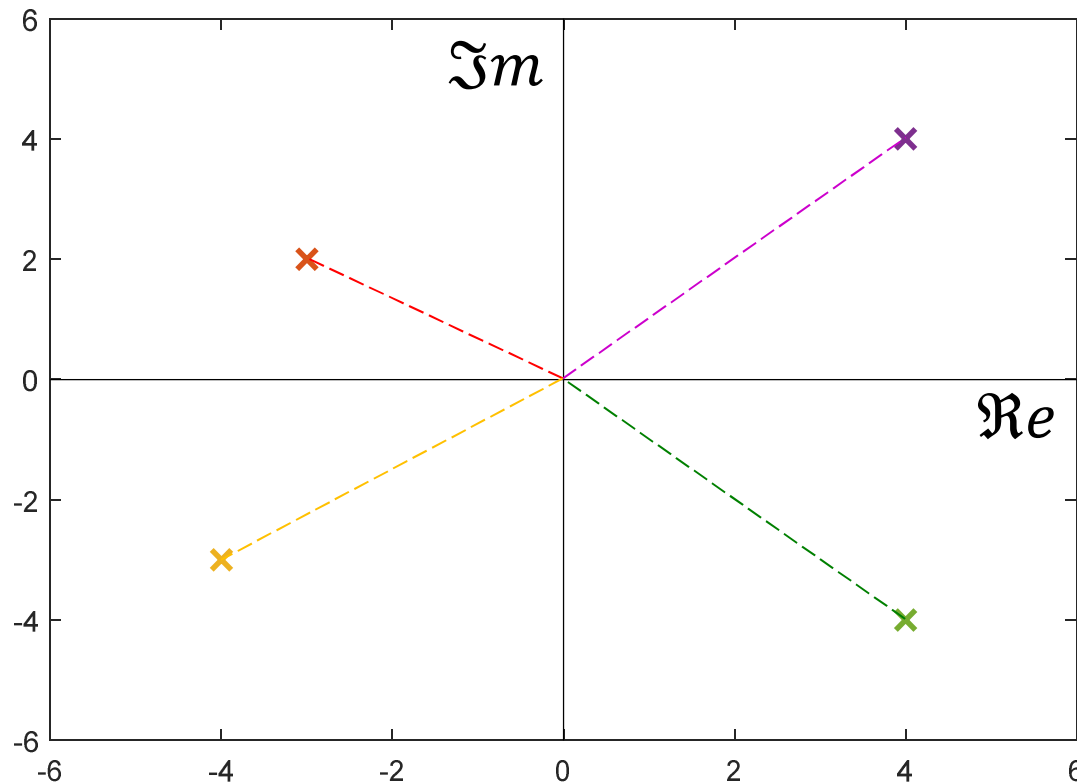
Calcolo della fase

• se $a \geq 0$  $\angle \lambda = \operatorname{atan} \frac{b}{a}$ $(-90^\circ \leq \angle \lambda \leq +90^\circ)$

• se $a < 0$
 $b > 0$  $\angle \lambda = \operatorname{atan} \frac{b}{a} + 180^\circ$ $(+90^\circ < \angle \lambda < +180^\circ)$

• se $a < 0$
 $b \leq 0$  $\angle \lambda = \operatorname{atan} \frac{b}{a} - 180^\circ$ $(-180^\circ \leq \angle \lambda < -90^\circ)$

Esempi



$$z_1 = +4 + j4$$

$$z_2 = -3 + j2$$

$$z_3 = -3 - j4$$

$$z_4 = +4 - j4$$

$$\angle z_1 = \arctg\left(\frac{4}{4}\right) = 45^\circ$$

$$\angle z_2 = \arctg\left(\frac{2}{-3}\right) + 180^\circ = -33^\circ.7 + 180 = +146^\circ.3$$

$$\angle z_3 = \arctg\left(\frac{-4}{-3}\right) - 180^\circ = 53^\circ.1 - 180^\circ = -126^\circ.9$$

$$\angle z_4 = \arctg\left(\frac{-4}{4}\right) = -45^\circ$$

7. Diagramma di Bode della fase : tracciamento

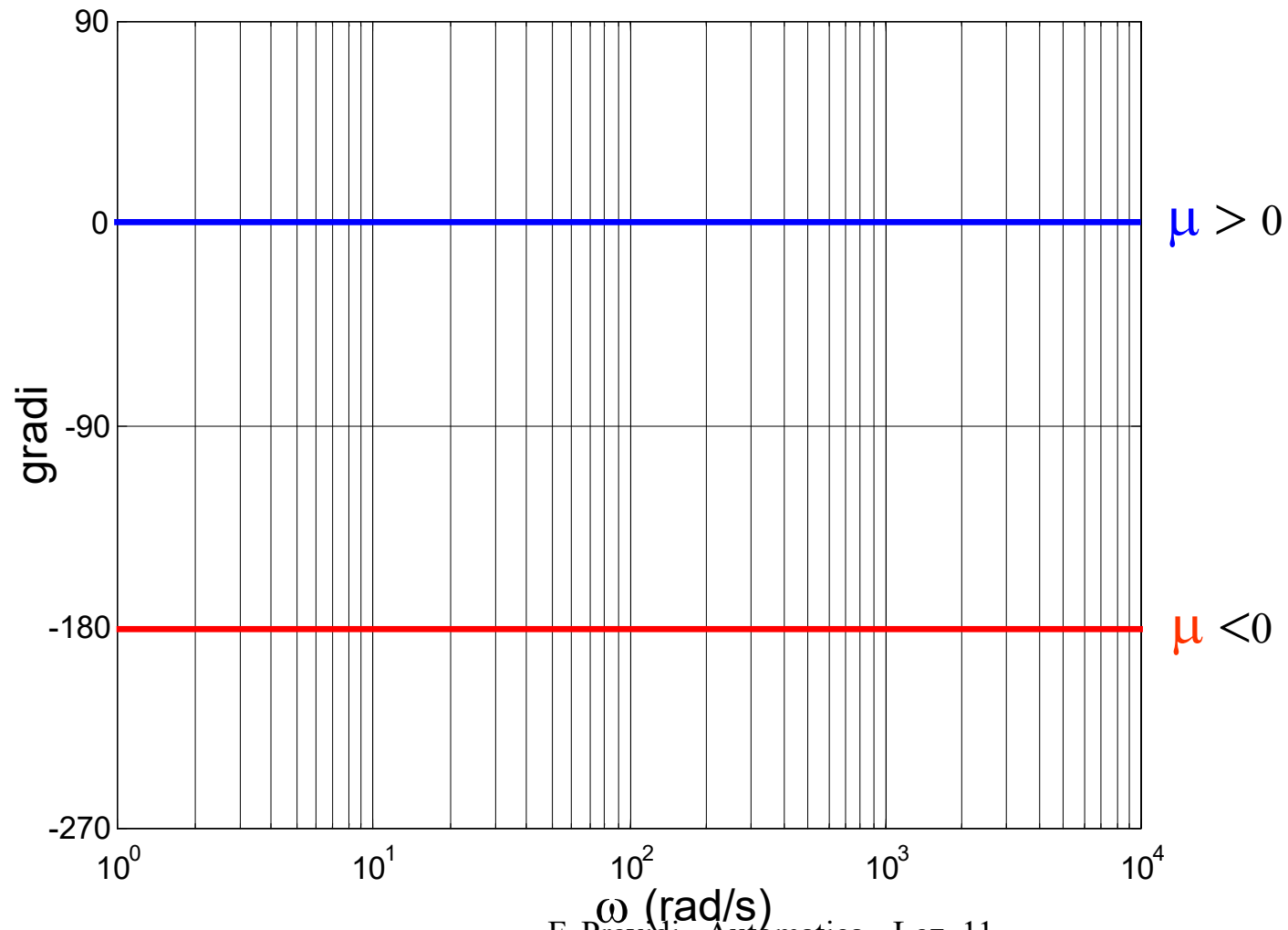
$$G(s) = \frac{\mu \prod_i (1 + sT_i)}{s^g \prod_i (1 + s\tau_i)} \quad \Rightarrow \quad G(j\omega) = \frac{\mu \prod_i (1 + j\omega T_i)}{(j\omega)^g \prod_i (1 + j\omega \tau_i)}$$

funzione di trasferimento risposta in frequenza

$$\angle G(j\omega) = \underbrace{\angle \mu}_{\text{guadagno}} - \underbrace{\angle (j\omega)^g}_{\text{poli o zeri nell'origine}} + \underbrace{\sum_i \angle (1 + j\omega T_i)}_{\text{zeri (reali \& complessi coniugati)}} - \underbrace{\sum_i \angle (1 + j\omega \tau_i)}_{\text{poli (reali \& complessi coniugati)}}$$

7.1 Guadagno

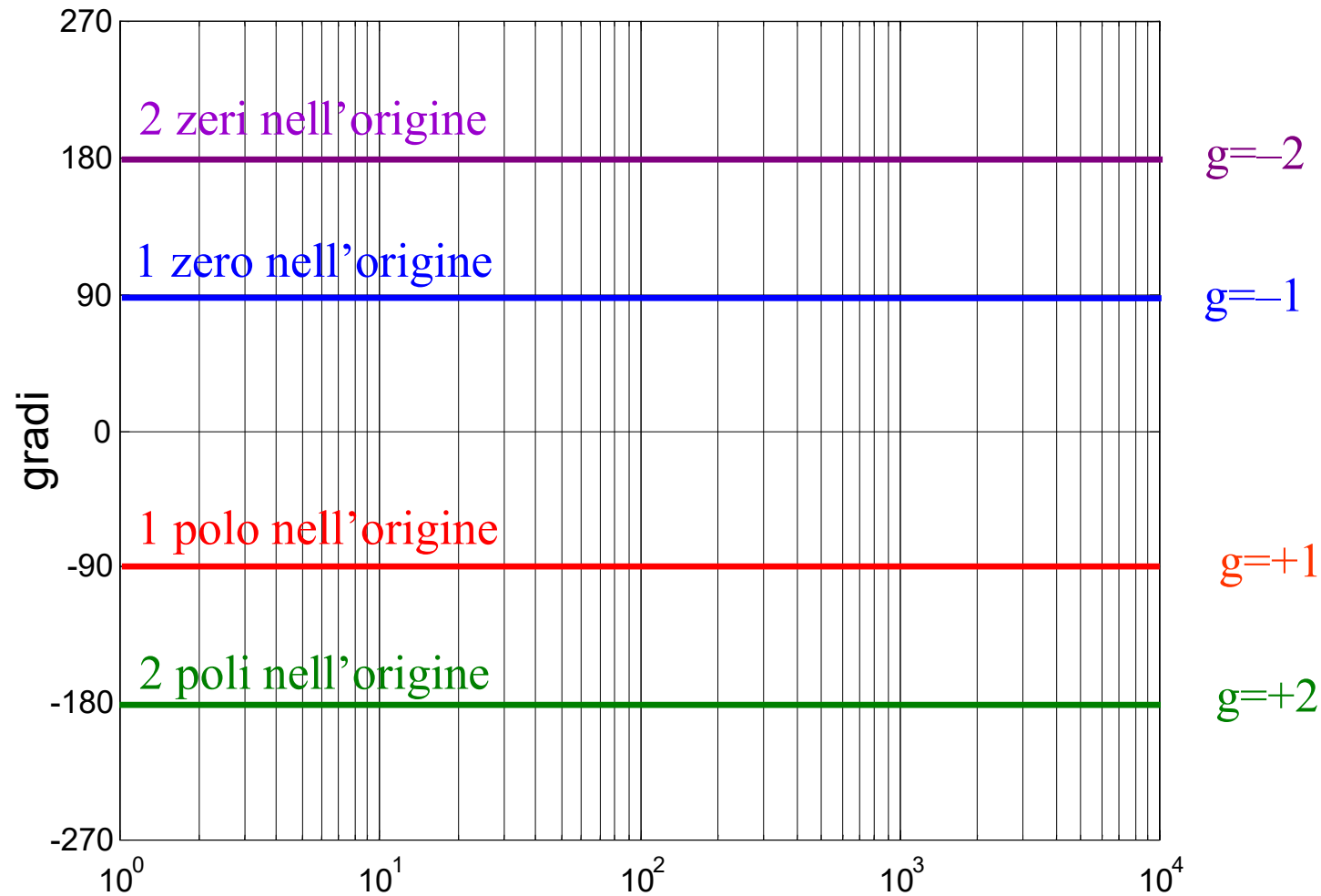
$$\angle \mu = \begin{cases} 0^\circ & \text{se } \mu > 0 \\ -180^\circ & \text{se } \mu < 0 \end{cases}$$



**Due sole
opzioni!**

7.2 Poli & zeri nell'origine

$$-\mathcal{Z}(j\omega)^g = -g\mathcal{Z}(j\omega) = -g90^\circ \quad \Rightarrow \quad \text{retta costante}$$


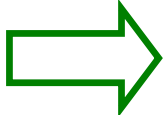


7.3.a Zero reale


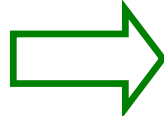
$$\angle(1 + j\omega T) = \text{atan}(\omega T) \quad T \text{ reale}$$

Il disegno di questa funzione di ω è facile, ma si può comunque trovare un'approssimazione valida per alte e basse pulsazioni.

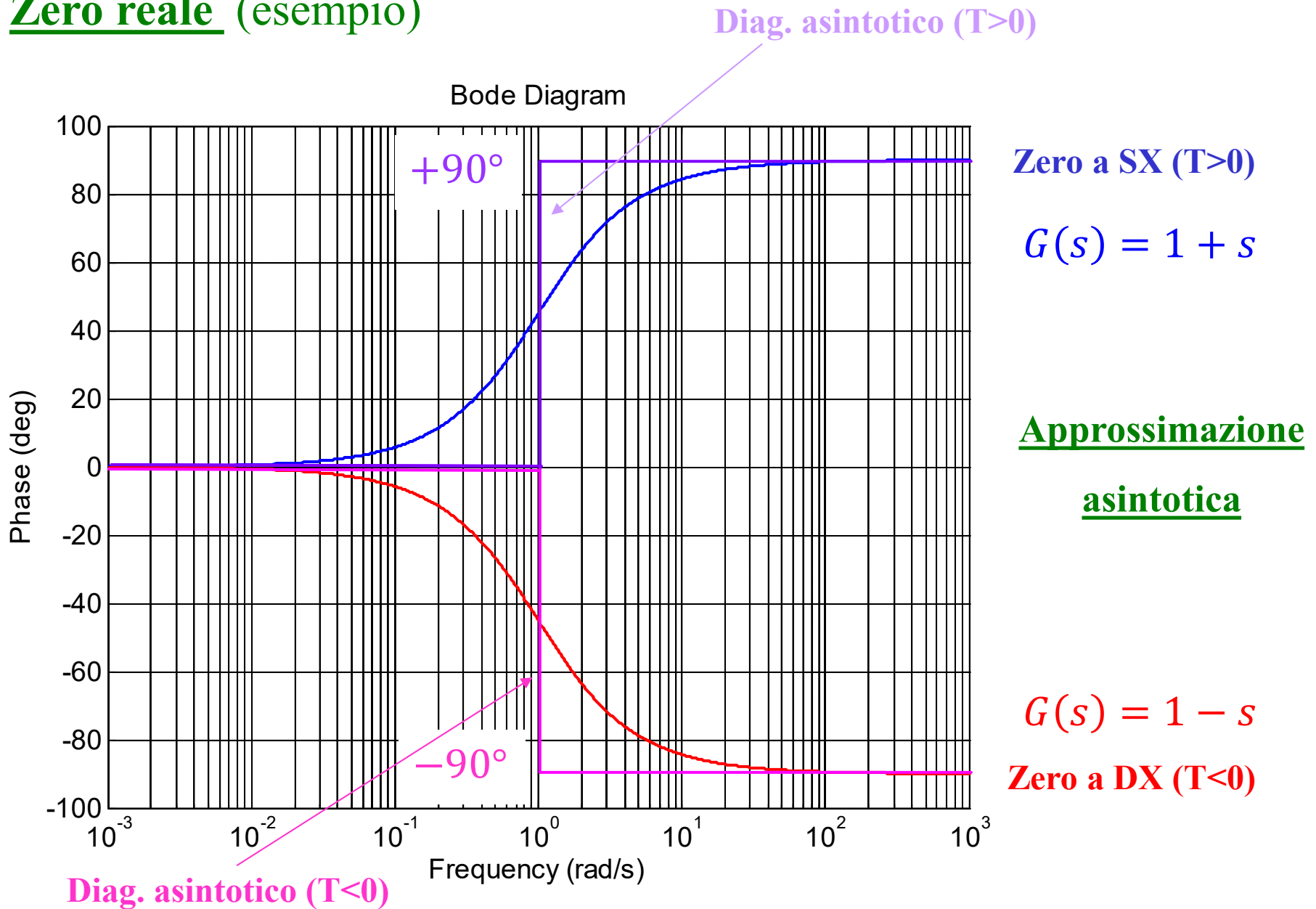
Basse ω

 per $\omega \rightarrow 0$  $\text{atan}(\omega T) \longrightarrow 0^\circ$

Alte ω

 per $\omega \rightarrow \infty$  $\text{atan}(\omega T) \begin{cases} + 90^\circ & \text{se } T > 0 \text{ (zero a sx)} \\ - 90^\circ & \text{se } T < 0 \text{ (zero a dx)} \end{cases}$

Zero reale (esempio)



7.3.b Zeri complessi coniugati

$$20 \log|1 + j\omega T| + 20 \log|1 + j\omega \bar{T}| \quad T \text{ complesso}$$

Usiamo l'espressione con smorzamento e pulsazione naturale

$$\tilde{G}(s) = 1 + 2 \frac{\xi}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2} \quad \text{funzione di trasferimento}$$

$$\tilde{G}(j\omega) = 1 + 2 \frac{\xi}{\omega_n} j\omega + \frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2} = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right) + j2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \quad \text{risposta in frequenza}$$

$$\angle \tilde{G}(j\omega) = \angle \left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) + j2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right)$$

Basse ω



per $\omega \rightarrow 0$



$$\angle \tilde{G}(j\omega) = \angle 1 = 0^\circ$$

Alte ω

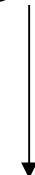


per $\omega \rightarrow \infty$

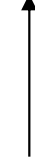


$$\angle \tilde{G}(j\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \arctg \frac{\frac{2\xi\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \pm 180^\circ$$

(+180° se $\xi > 0$)



(-180° se $\xi < 0$)

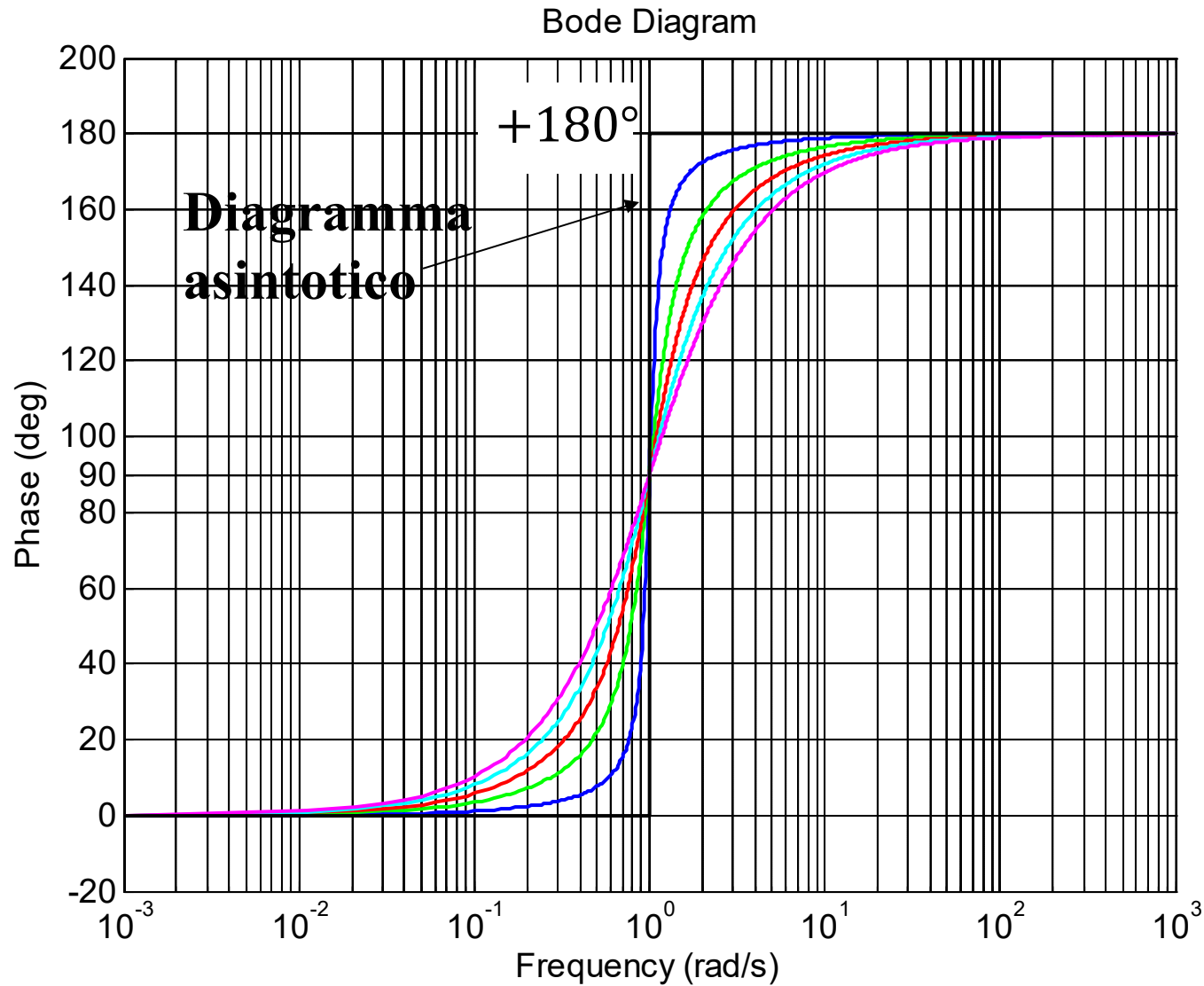


$$\text{Ma } \lim_{\omega \rightarrow \infty} \text{arctg} \frac{\frac{2\xi\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} = 0^\circ$$

Quindi

$$\angle \tilde{G}(j\omega) = \begin{cases} \text{per } \omega \rightarrow 0 & 0^\circ \\ \text{per } \omega \rightarrow \infty & \begin{cases} +180^\circ \text{ se } \xi > 0 \text{ (zeri a sx)} \\ -180^\circ \text{ se } \xi < 0 \text{ (zeri a dx)} \end{cases} \end{cases}$$

Zeri complessi coniugati (esempio) $G(s) = 1 + 2\xi s + s^2$ $\omega_n = 1$



Zeri a SX

$\xi = 0.1$

$\xi = 0.3$

$\xi = 0.5$

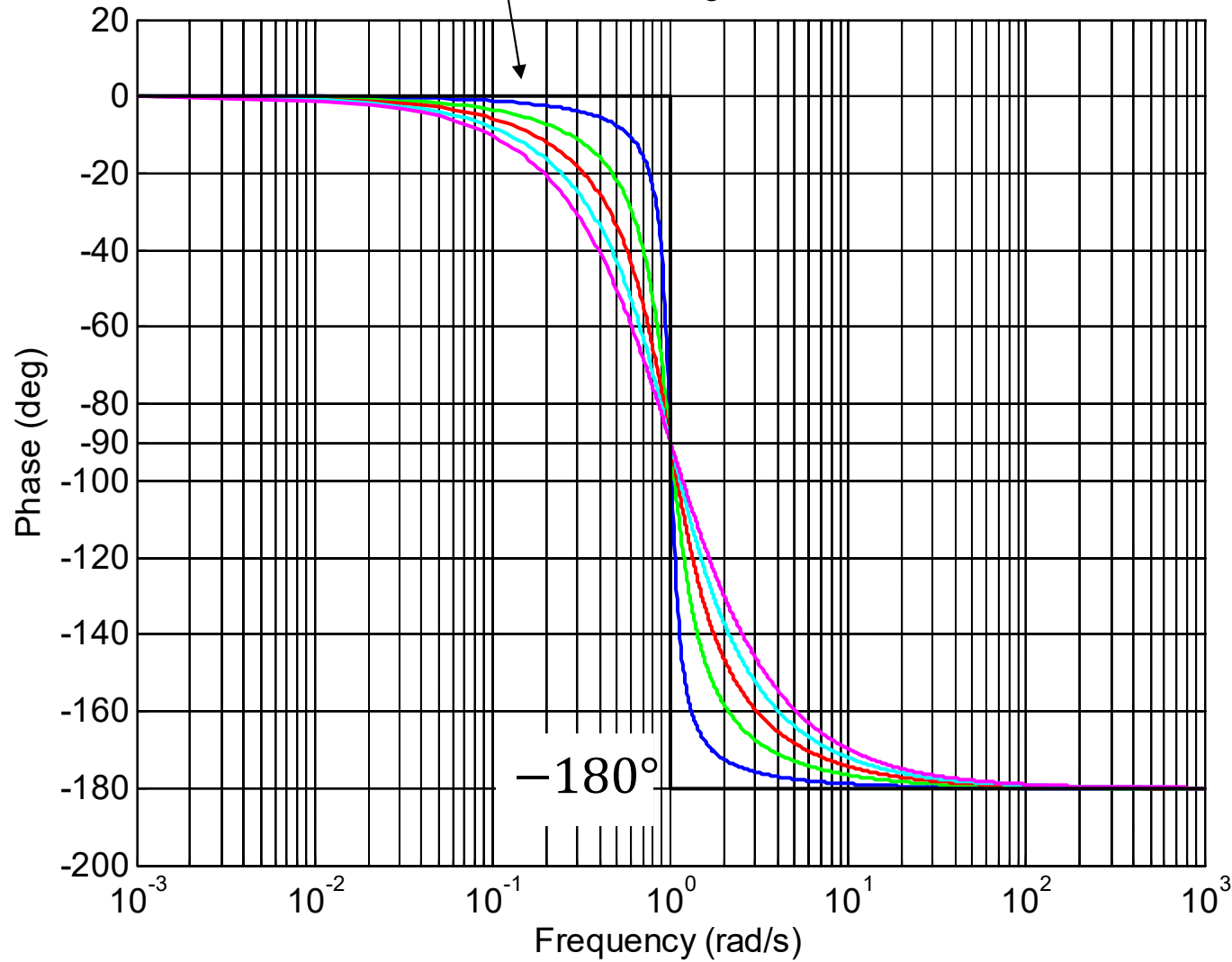
$\xi = 0.7$

$\xi = 0.9$

Diagramma asintotico

$$G(s) = 1 + 2\xi s + s^2 \quad \omega_n = 1$$

Bode Diagram



Zeri a DX

$$\xi = 0$$

$$\xi = -0.1$$

$$\xi = -0.3$$

$$\xi = -0.5$$

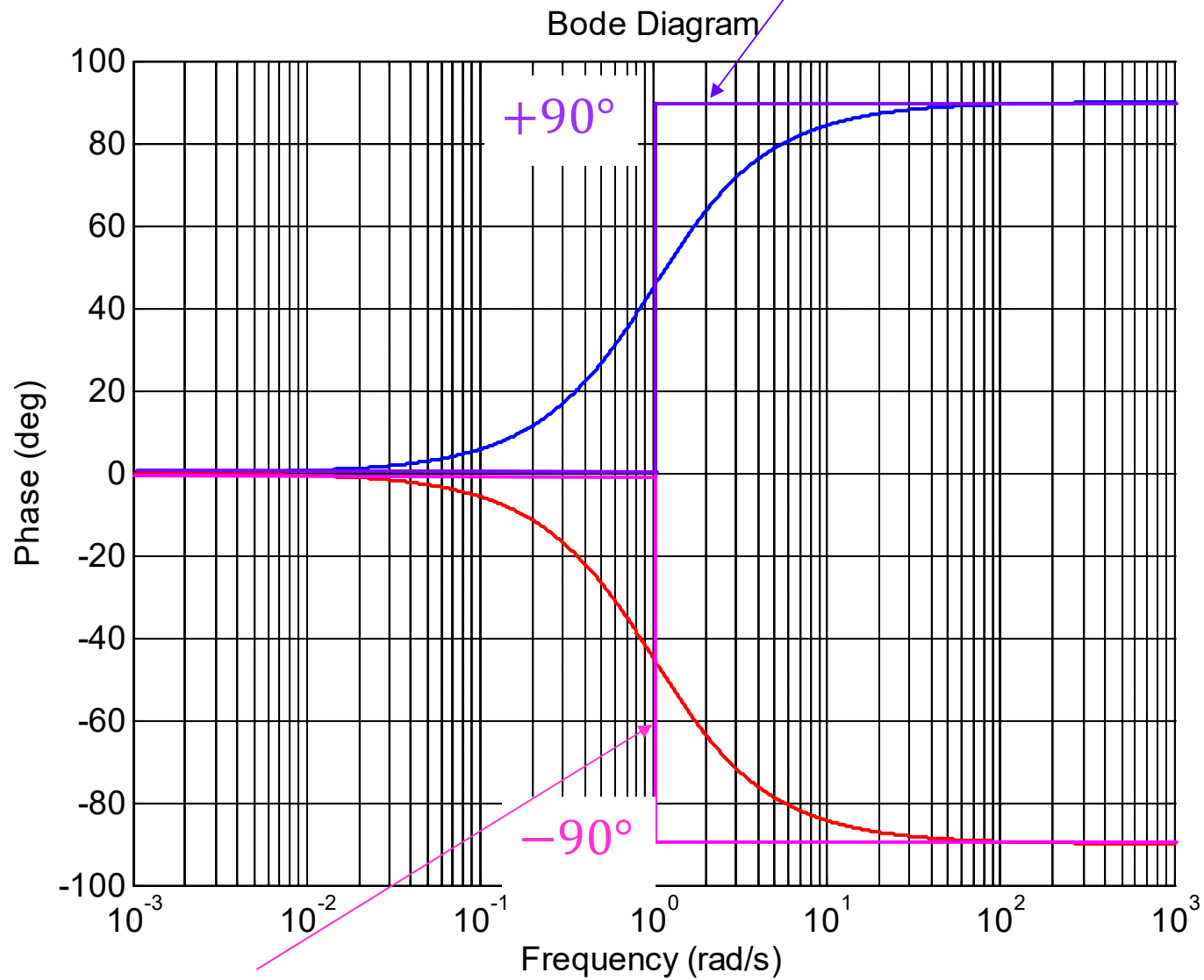
$$\xi = -0.7$$

$$\xi = -0.9$$

Per i poli valgono i medesimi ragionamenti,
fatto salvo il segno

Polo reale (esempio)

Diag. asintotico ($\tau < 0$)



Polo a DX ($\tau < 0$)

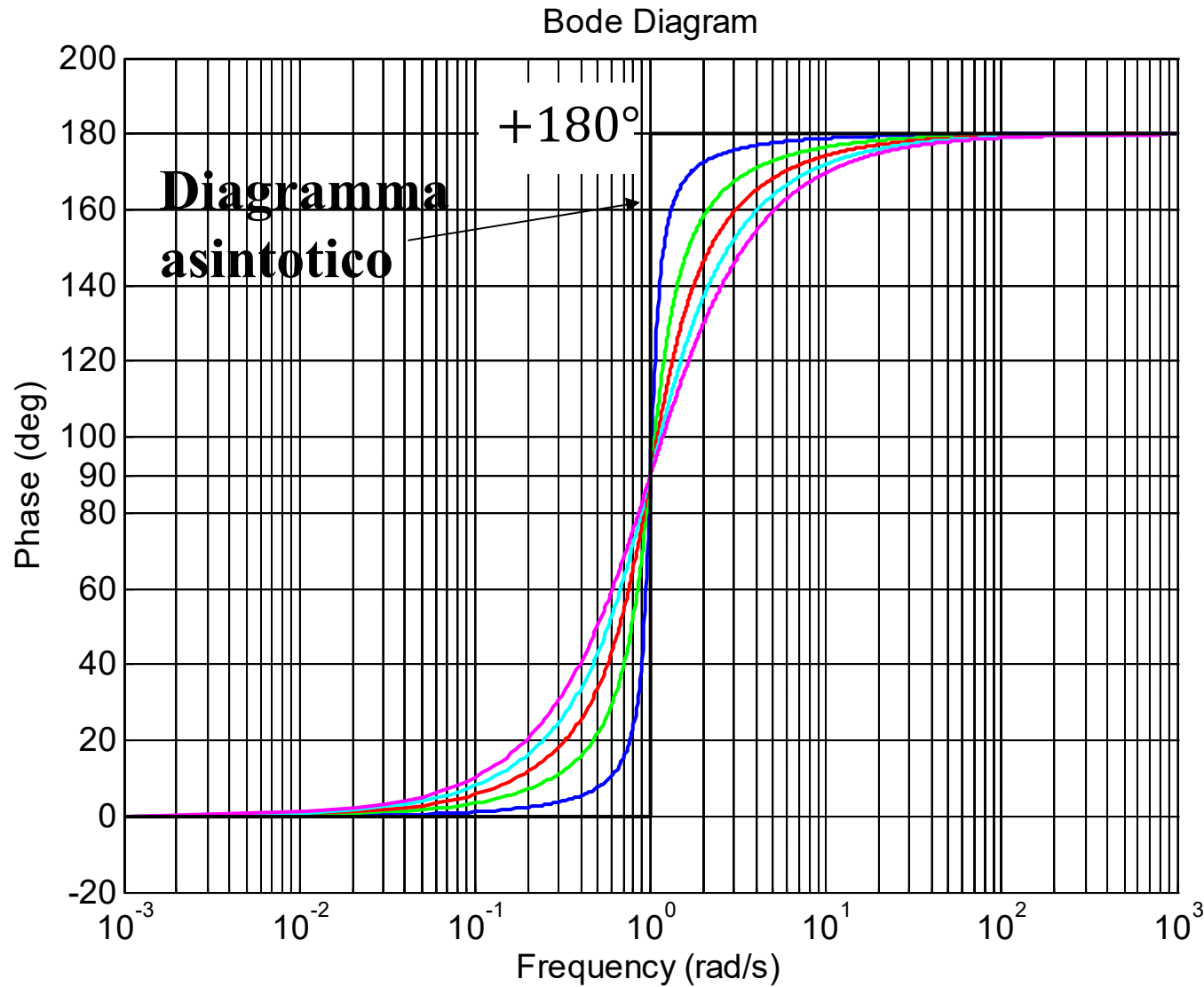
$$G(s) = \frac{1}{1 - s}$$

$$G(s) = \frac{1}{1 + s}$$

Polo a SX ($\tau > 0$)

Poli complessi coniugati (esempio)

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2\xi s + s^2} \quad \omega_n = 1$$



Poli a DX

$$\xi = -0.1$$

$$\xi = -0.3$$

$$\xi = -0.5$$

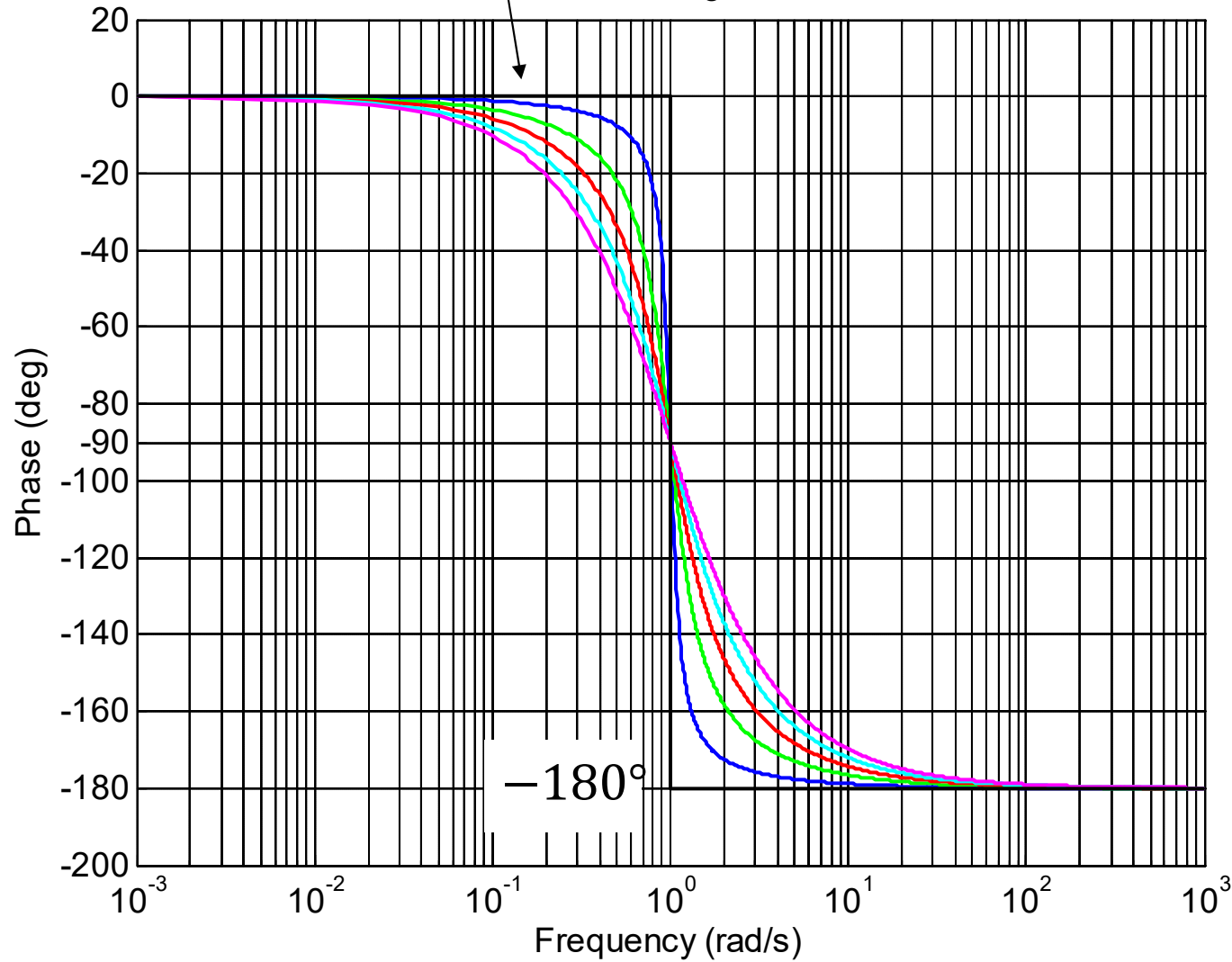
$$\xi = -0.7$$

$$\xi = -0.9$$

Diagramma asintotico

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2\xi s + s^2} \quad \omega_n = 1$$

Bode Diagram



Poli a SX

$$\xi = 0$$

$$\xi = 0.1$$

$$\xi = 0.3$$

$$\xi = 0.5$$

$$\xi = 0.7$$

$$\xi = 0.9$$

8. Diagramma asintotico di Bode della fase : regole per il tracciamento

1. valore iniziale $\angle \mu - g 90^\circ$
guadagno *poli o zeri nell'origine*
2. cambi di valore in corrispondenza di poli e zeri

	semipiano sinistro	semipiano destro
poli	-90°	$+90^\circ$
zeri	$+90^\circ$	-90°

Esempio

$$G(s) = \frac{10(1 + s)}{s(1 + 0.1s)}$$

Guadagno $\mu = 10$

Un polo nell'origine $\frac{1}{s}$

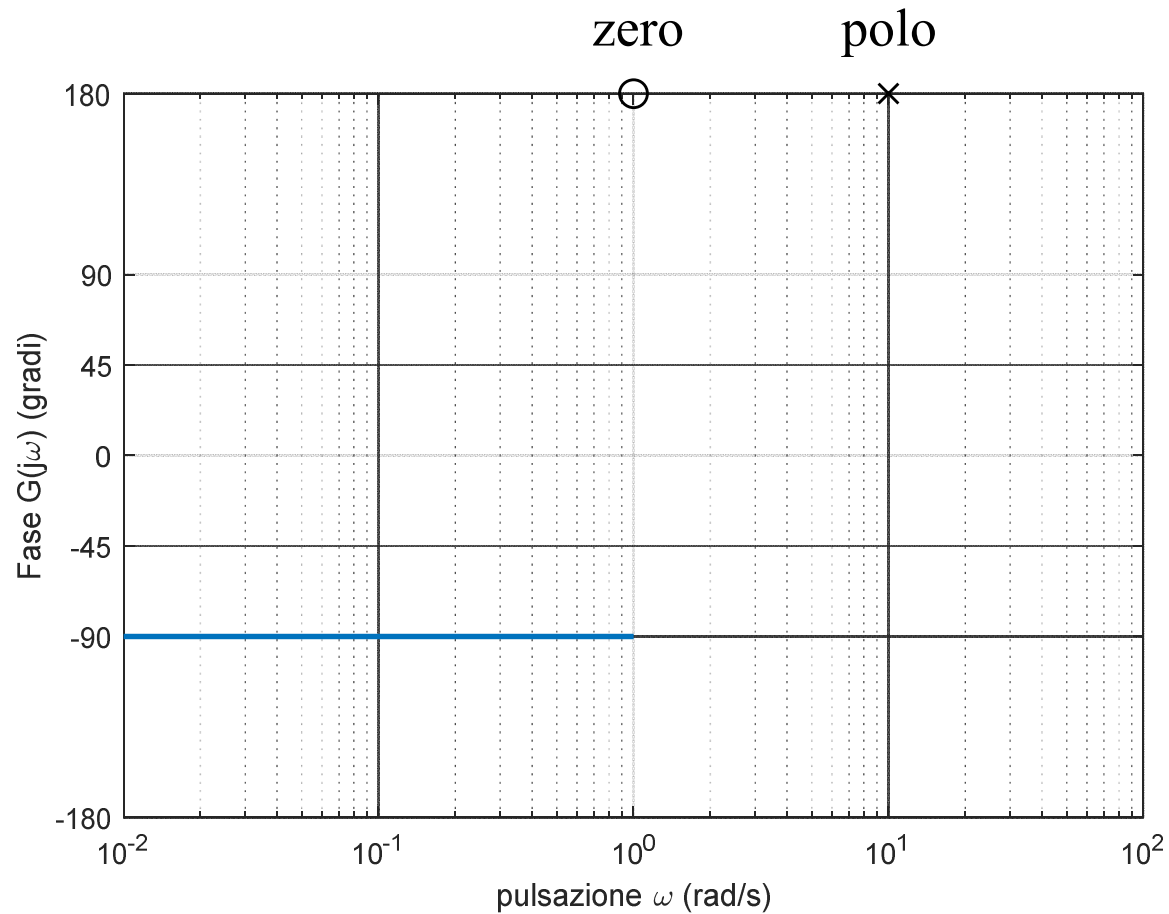
Uno zero reale in $-1 \rightarrow (1 + s)$

Un polo reale in $-10 \rightarrow (1 + 0.1s)$

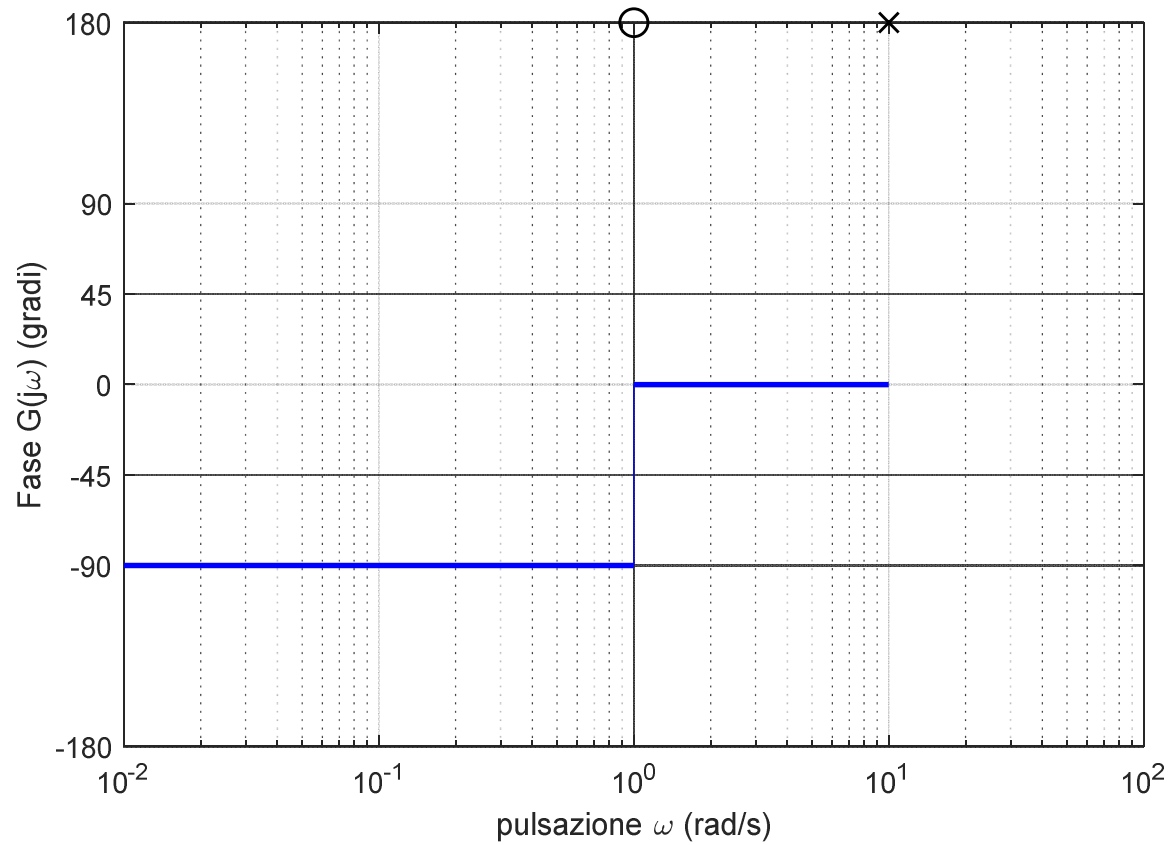
Il guadagno è positivo e quindi dà contributo 0° .

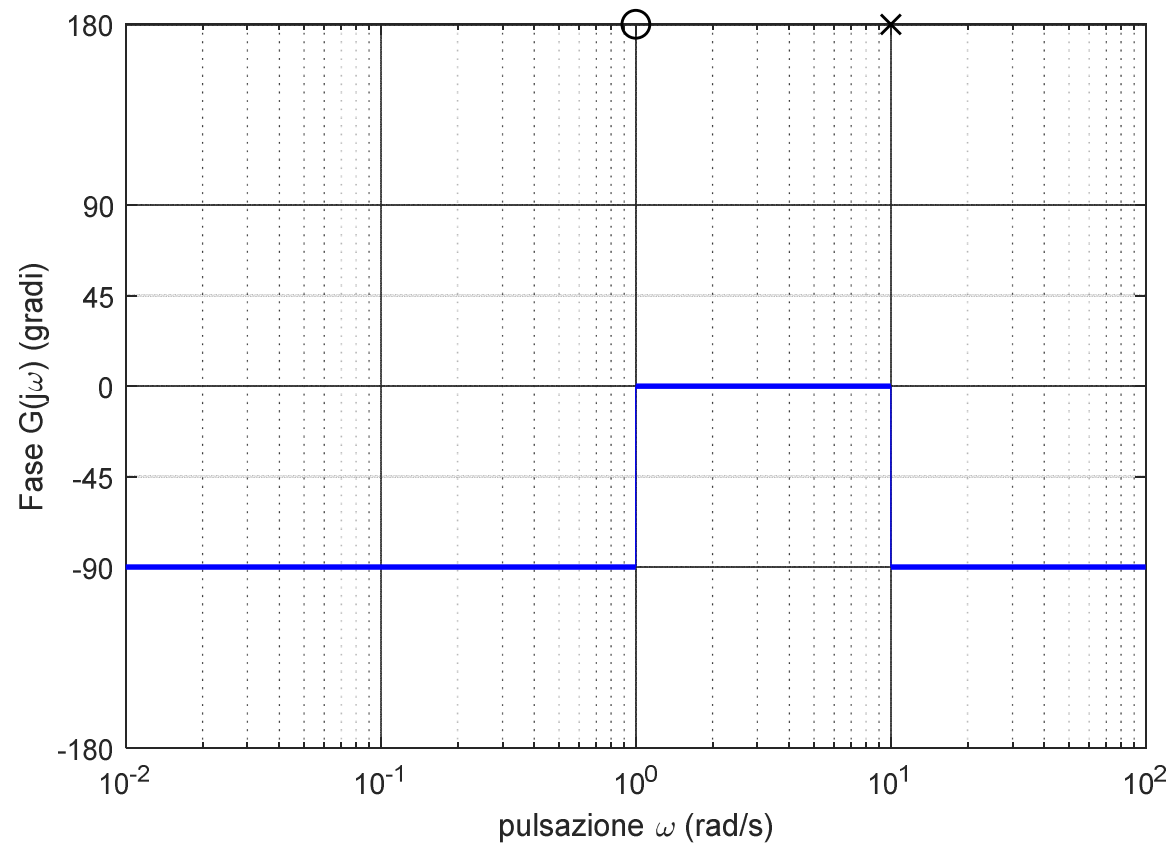
Il polo nell'origine dà contributo -90° .

Comincio a tracciare da SX e mi fermo quando incontro lo zero.



Lo zero è negative e quindi dà contributo $+90^\circ$.
Continuo a tracciare e mi fermo ancora quando incontro il polo.





9. Sistemi a fase minima

Definizione

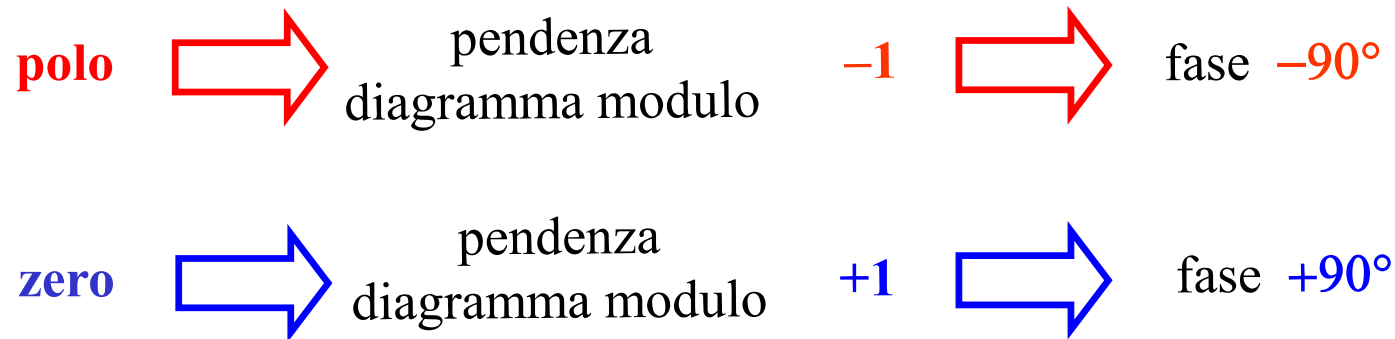
Un sistema dinamico LTI a tempo continuo si dice **a fase minima** se ha:

- guadagno positivo
- tutti i poli e gli zeri con parte reale negativa o nulla

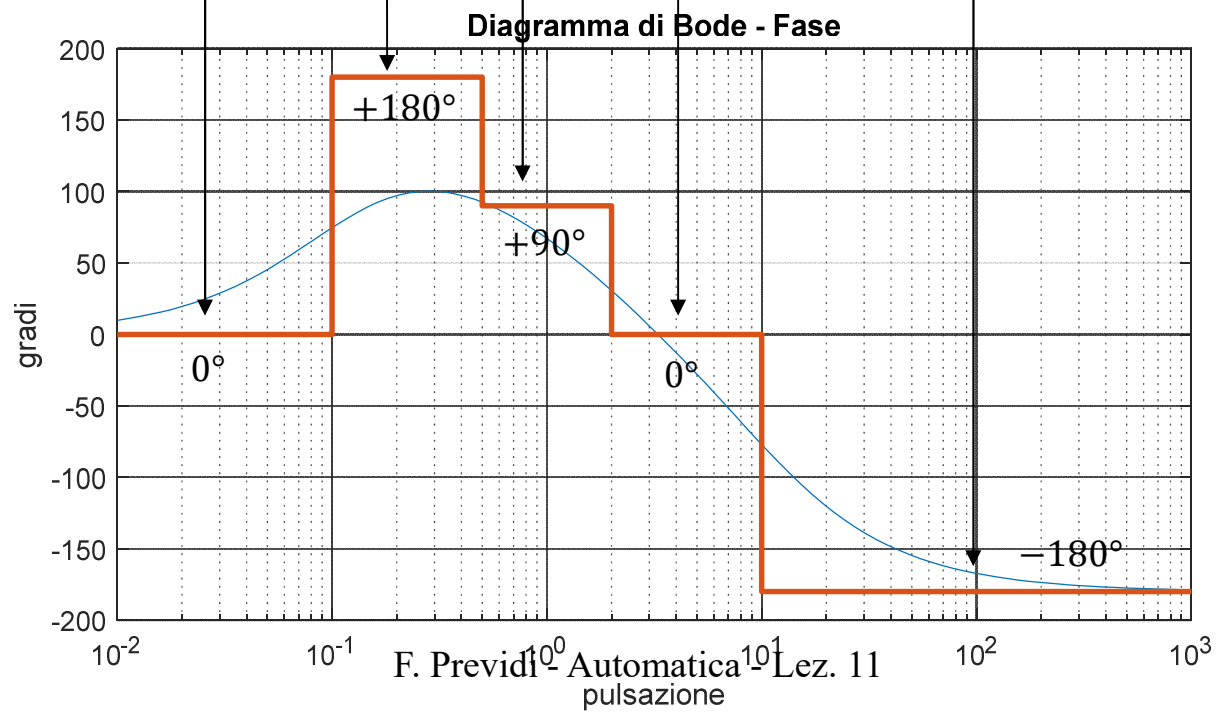
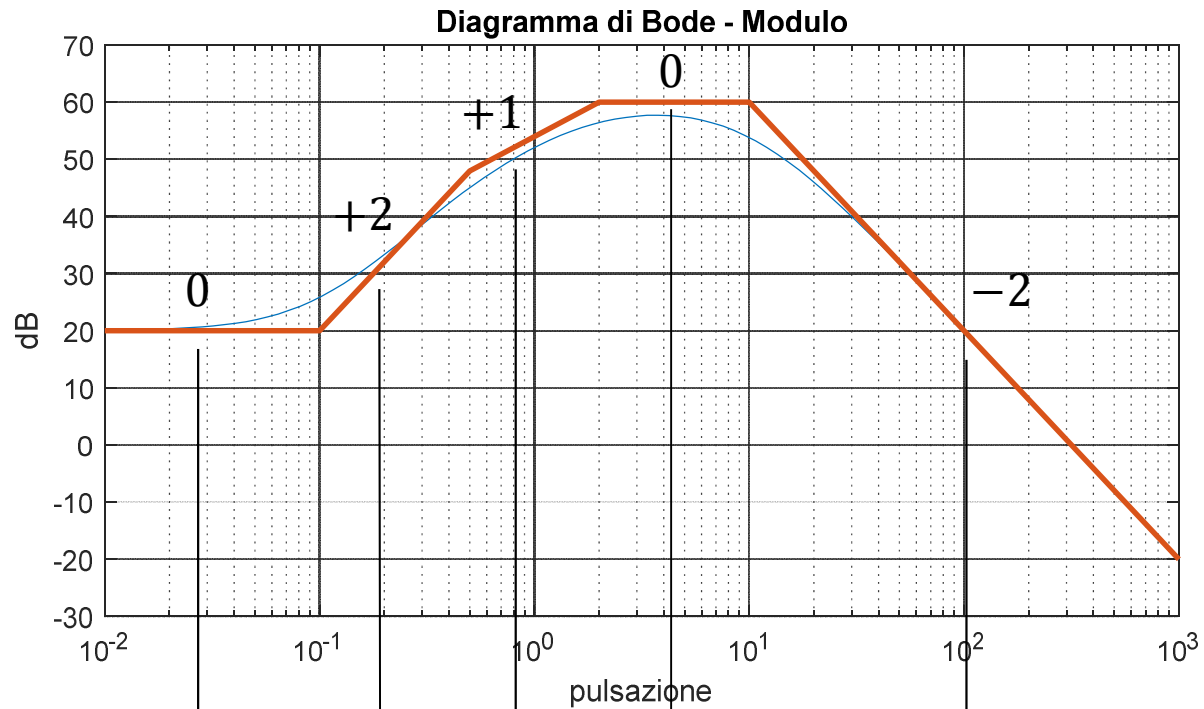
E' quindi possibile dedurre in modo univoco il diagramma della fase da quello del modulo (in generale non è possibile senza conoscere a priori il segno del guadagno e delle singolarità).

Tutti i poli sfasano -90° , tutti gli zeri sfasano $+90^\circ$ ed il guadagno non introduce sfasamento.

Quindi, dove il diagramma del modulo ha pendenza -1 , il diagramma della fase vale -90° e similmente dove il diagramma del modulo ha pendenza $+1$, il diagramma della fase vale $+90^\circ$.



In generale, a pendenza del diagramma del modulo $-k$, corrisponde valore del diagramma della fase $-k90^\circ$.



10. Matlab

bode (SYS) Traccia i diagrammi di Bode di modulo e fase del sistema descritto da SYS.

bodemag (SYS) Traccia il solo diagramma del modulo.

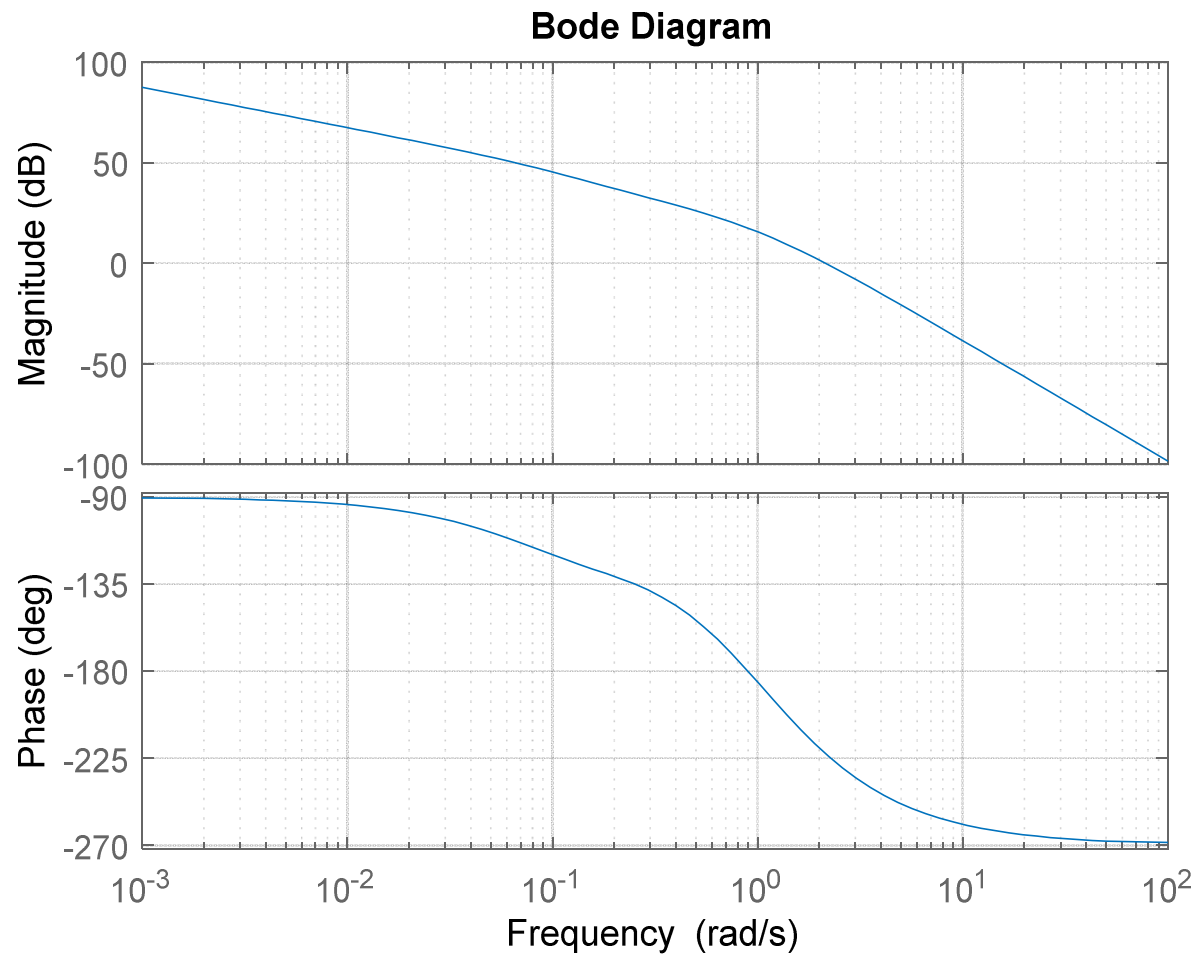
Questi comandi hanno alcune opzioni utili: specificare il range di frequenze, restituire i valori di modulo e fase della risposta in frequenza per ulteriori manipolazioni, etc... (cfr **bodeoptions**).

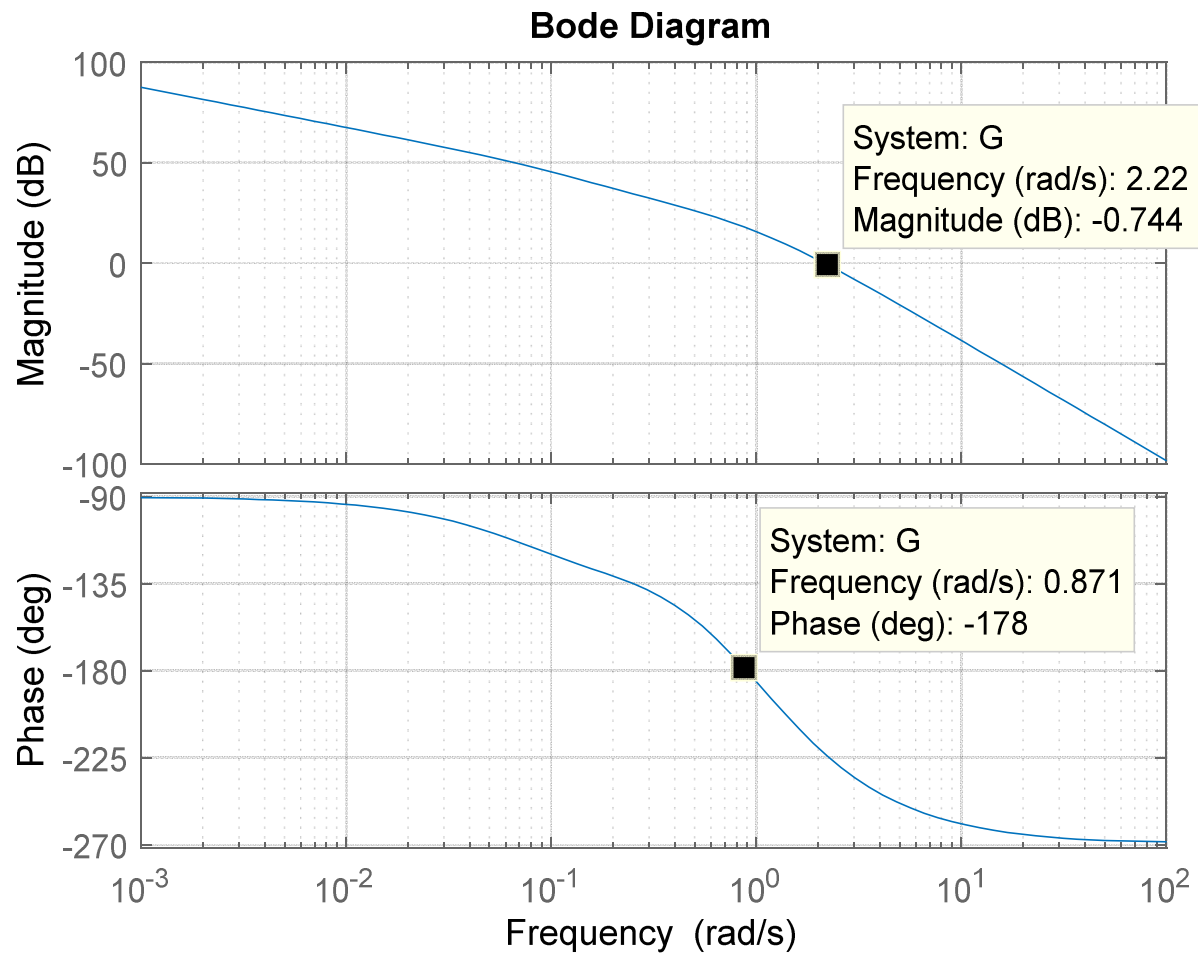
Esempio

```
>> s=tf('s');  
>> G=24*(1+5*s)/(s*(1+10*s)*(1+s)^2)  
G =  
          120 s + 24  
-----  
10 s^4 + 21 s^3 + 12 s^2 + s
```

Continuous-time transfer function.

```
>> bode(G)  
>> grid
```

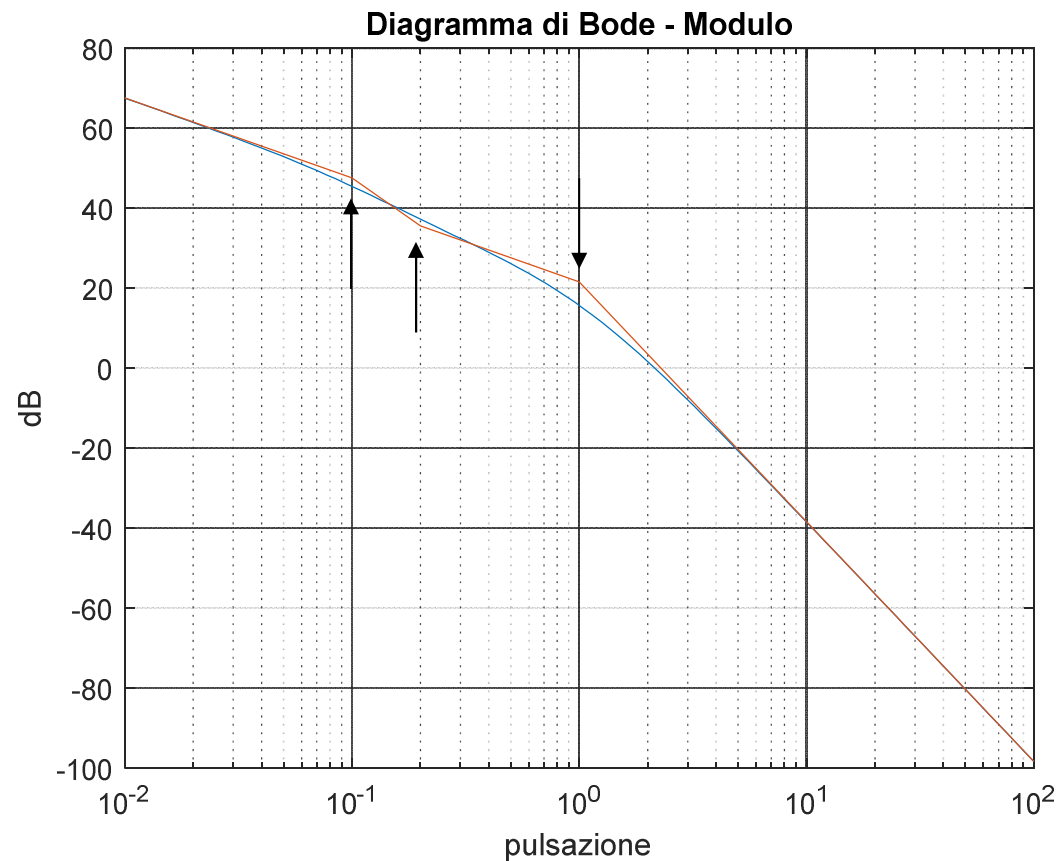




Con i «datatip» si possono evidenziare alcuni punti interessanti (in modo approssimativo).

bodeasin(num, den, wmin, wmax, tipo) è una funzione (creata da Alberto Leva di PoliMi) per il tracciamento dei diagrammi asintotici.

```
>> bodeasin([120 24], [10 21 12 1 0], 1e-2, 1e2, 'mod')
```



atan2 (Y , X) è il comando per il calcolo dell'arcotangente su quattro quadranti, dove X ed Y rappresentano ascissa ed ordinata del punto rispettivamente,
 $-\pi \leq \text{atan2}(Y,X) \leq \pi$.

Esempio

Calcoliamo la fase dei due numeri complessi $z_1 = 3 + 3j$ e $z_2 = -3 - 3j$.
Se calcolassi la fase usando semplicemente l'arctg otterrei il medesimo risultato per entrambi i numeri. Infatti:

$$\angle z_1 = \text{arctg} \left(\frac{3}{3} \right) = \text{arctg} \left(\frac{-3}{-3} \right) = \angle z_2$$

Invece, usando il comando corretto

```
>> (180/pi)*atan2(3,3)
ans =
    45
>> (180/pi)*atan2(-3,-3)
ans =
   -135
```