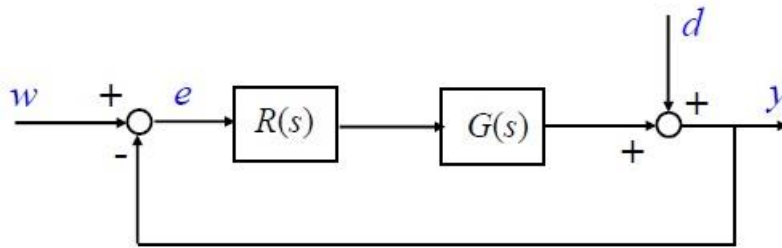


ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



dove $G(s) = \frac{10}{s(1+s)}$.

Si progetti il controllore $R(s)$ in modo tale il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile e che siano rispettate le seguenti specifiche:

- $e(\infty) = 0$ a fronte di un andamento del riferimento $w(t) = sca(t)$
- $\omega_c \geq 2 \text{ rad/s}$
- $\varphi_m \geq 40^\circ$

PROGETTO STATICO

Per prima cosa si scrive la funzione di trasferimento d'anello.

$$L(s) = R(s)G(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^r \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{10}{s(1+s)} = \frac{10\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^{r+1} \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{1}{1+s}$$

Il guadagno d'anello è $\mu = 10\mu_R$

Il tipo della funzione d'anello è $g = r + 1$

Per avere errore nullo a transitorio esaurito a fronte di una variazione a scalino (di qualunque ampiezza) del riferimento è necessario avere un integratore nella funzione d'anello, ovvero avere $g > 0$ (vedi tabellina). Dal momento che la $G(s)$ ha già un polo nell'origine non è necessario aggiungerlo nel controllore e quindi si sceglie $r = 0$, mentre μ_R verrà scelto durante il progetto dinamico, visto che la sola scelta di r consente di soddisfare le specifiche statiche. Quindi si ha

$$R_1(s) = \mu_R$$

PROGETTO DINAMICO

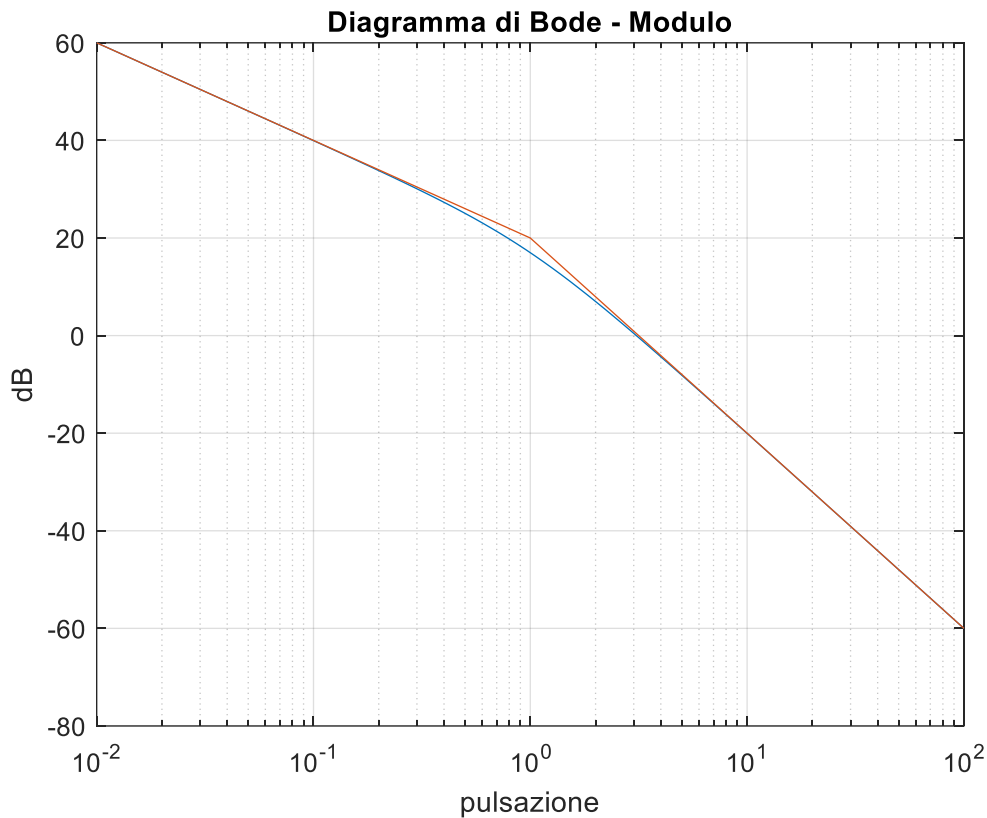
La funzione di trasferimento d'anello è ora

$$L(s) = R(s)G(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^r \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{10}{s(1+s)} = \frac{10\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{1}{1+s}$$

Primo tentativo $R_2(s) = 1, \mu_R = 1$

Si ha quindi

$$L'(s) = \frac{10}{s(1+s)}$$



La pulsazione critica vale $\omega_c \cong 3 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -90^\circ - \arctg(3) = -90^\circ - 71.6^\circ = -161.6^\circ$$

Quindi il margine di fase vale

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 161.6^\circ = 18.4^\circ$$

e non rispetta le specifiche.

Il primo tentativo soddisfa il primo vincolo ma non il secondo, quindi procediamo con un altro tentativo.

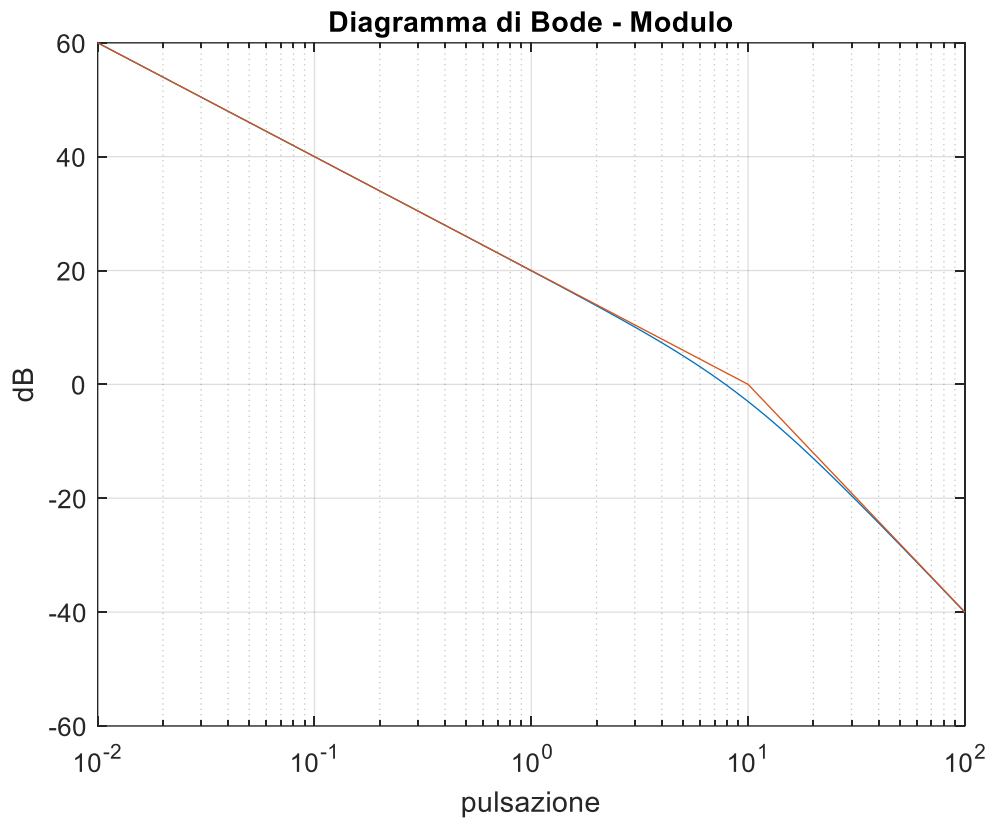
Secondo tentativo $R_2(s) = \frac{1+s}{1+0.1s}, \mu_R = 1$

Cancelliamo il polo dominante, quello a frequenza più bassa introducendo nel regolatore uno zero in -1 . Per mantenere il controllore proprio, aggiungiamo un polo in alta frequenza (ad una pulsazione maggiore della ω_c), cioè un polo in -10 . Quindi la parte dinamica del regolatore è

$$R_2(s) = \frac{1+s}{1+0.1s}$$

Si ha quindi che la funzione d'anello è:

$$L''(s) = \frac{10}{s} \frac{1+s}{1+0.1s} \frac{1}{1+s} = \frac{10}{s(1+0.1s)}$$



Si ha $\omega_c \cong 10 \text{ rad/s}$.

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -90^\circ - \arctg(0.1 \cdot 10) = -90^\circ - 45^\circ = -135^\circ$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

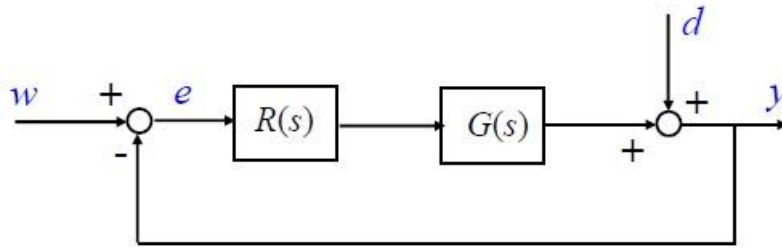
che rispetta le specifiche.

Quindi il controllore progettato è

$$R(s) = \frac{1+s}{1+0.1s}$$

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



dove $G(s) = \frac{6}{(1+s)^2(1+0.5s)}$

Si progetti il controllore $R(s)$ in modo tale il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile e che siano rispettate le seguenti specifiche:

- $|e(\infty)| \leq 0.1$ a fronte di un andamento del riferimento $w(t) = 5sca(t)$ e del disturbo $d(t) = \pm sca(t)$
- $\omega_c \geq 1 \text{ rad/s}$
- $\varphi_m \geq 60^\circ$

PROGETTO STATICO

Per prima cosa si scrive la funzione di trasferimento d'anello.

$$L(s) = R(s)G(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^r \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{6}{(1+s)^2(1+0.5s)}$$

$$= \frac{6\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^r \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{1}{(1+s)^2(1+0.5s)}$$

Il guadagno d'anello è $\mu = 6\mu_R$

Il tipo della funzione d'anello è $g = r$

Si applica la disuguaglianza "caso pessimo":

$$|e(\infty)| = |e_w(\infty) + e_d(\infty)| \leq |e_w(\infty)| + |e_d(\infty)|$$

I singoli contributi valgono (vedi tabellina)

$$|e_w(\infty)| = \begin{cases} \frac{5}{1 + 6\mu_R} & r = 0 \\ 0 & r > 0 \end{cases}$$

$$|e_d(\infty)| = \begin{cases} \frac{1}{1 + 6\mu_R} & r = 0 \\ 0 & r > 0 \end{cases}$$

Scegliendo $r = 0$

$$|e(\infty)| \leq |e_w(\infty)| + |e_d(\infty)| = \frac{5}{1 + 6\mu_R} + \frac{1}{1 + 6\mu_R} \leq 0.1$$

$$0.1 + 0.6\mu_R \geq 6$$

$$\mu_R \geq 9.8\bar{3}$$

Scegliamo:

$$\mu_R = \frac{100}{6} = 16.\bar{6}$$

$$r = 0$$

Quindi:

$$R_1(s) = \frac{100}{6}$$

PROGETTO DINAMICO

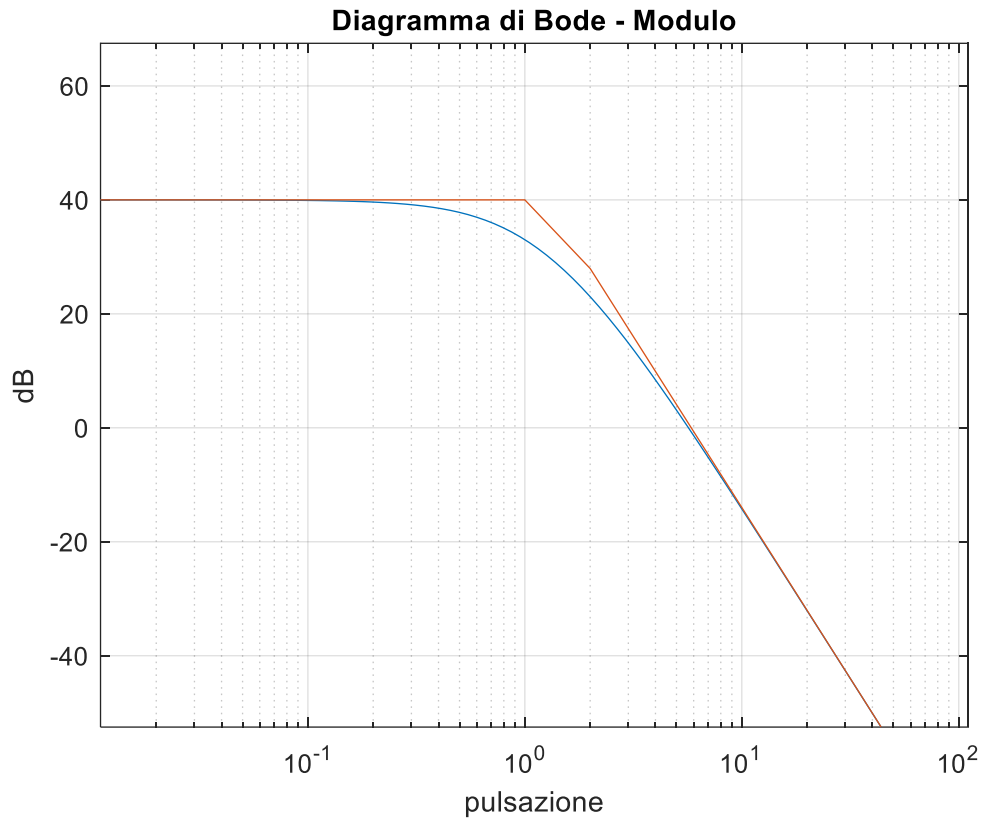
La funzione di trasferimento d'anello è

$$\begin{aligned} L(s) = R(s)G(s) &= R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{100 \prod_i(1 + sT_i)}{6 \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{6}{(1 + s)^2(1 + 0.5s)} \\ &= \frac{\prod_i(1 + sT_i)}{\prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{100}{(1 + s)^2(1 + 0.5s)} \end{aligned}$$

Primo tentativo $R_2(s) = 1$

Si ha quindi

$$L'(s) = \frac{100}{(1 + s)^2(1 + 0.5s)}$$



Si ha $\omega_c \cong 5.7 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -2 * \arctg(5.7) - \arctg(5.7 \cdot 0.5) = -160^\circ.1 - 70^\circ.7 = -230^\circ.8$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 230^\circ.8 = -50^\circ.8$$

Non rispetta le specifiche.

Il primo tentativo soddisfa il primo vincolo ma non il secondo, quindi procediamo con un altro tentativo.

Secondo tentativo $R_2(s) = \frac{(1+s)^2(1+0.5s)}{(1+50s)(1+0.1s)^2}$

Eseguiamo un raccordo Bassa-Alta frequenza.

Si deve costruire $|L''(j\omega)|$ in modo che tagli l'asse a 0 dB in $\omega_c \cong 2 \text{ rad/s}$ con pendenza -1 (-20 dB/dec)

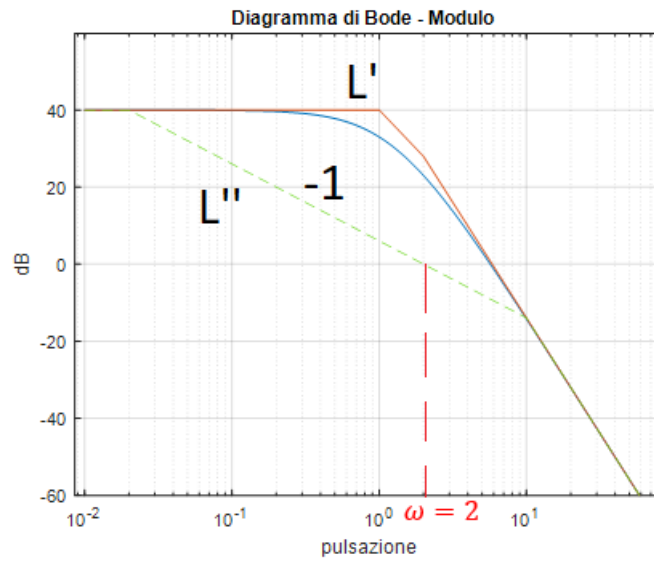
Ciò si può ottenere:

- cancellando (con tre zeri) i tre poli di $G(s)$
- raccordando il diagramma $|L''(j\omega)|$ di con il diagramma $|L'(j\omega)|$ in bassa frequenza ed in alta frequenza, mediante l'introduzione in $|L''(j\omega)|$ di tre poli in posizioni opportune.

Quindi:

$$R_2(s) = \frac{(1+s)^2(1+0.5s)}{(1+\tau_{bf}s)(1+\tau_{af}s)^2}$$

La posizione dei poli di raccordo si desume dal grafico:



- il polo in bassa frequenza non può che essere in $\omega = 0.02 \text{ rad/s}$, cioè $\tau_{bf} = 50 \text{ s}$;
- la coppia di poli in alta frequenza è circa in $\omega = 10 \text{ rad/s}$, cioè $\tau_{af} = 0.1 \text{ s}$.

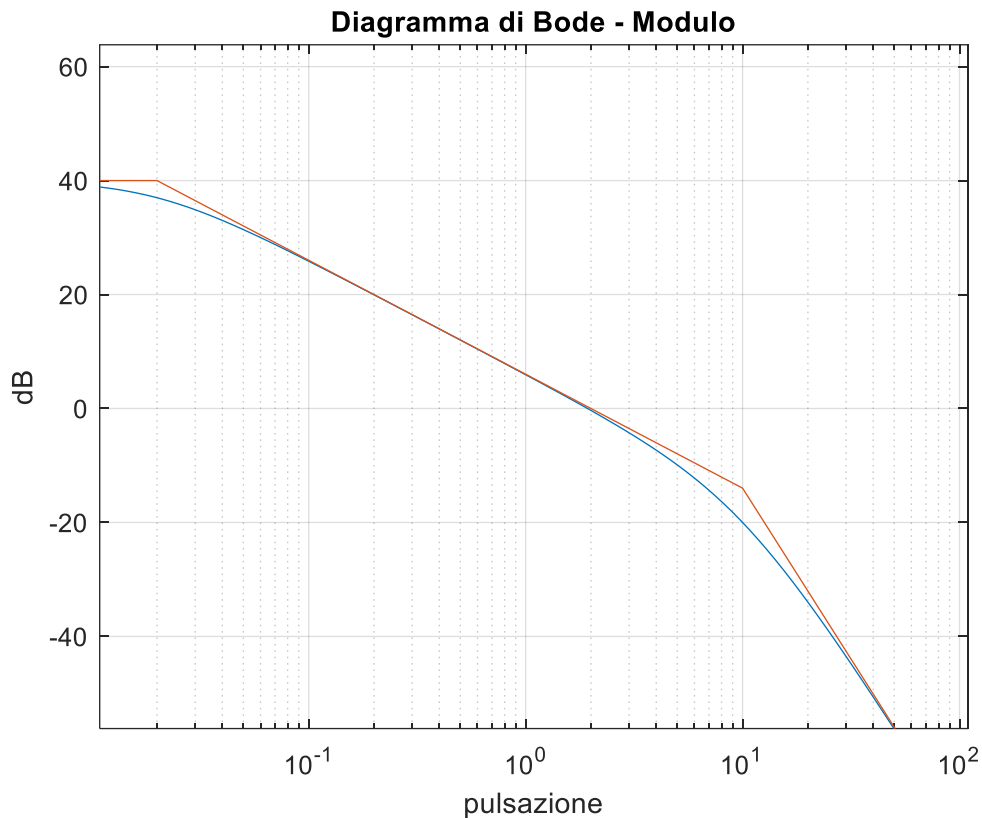
Quindi

$$R_2(s) = \frac{(1+s)^2(1+0.5s)}{(1+50s)(1+0.1s)^2}$$

da cui

$$\begin{aligned} L''(s) = R(s)G(s) &= R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{100}{6} \frac{(1+s)^2(1+0.5s)}{(1+50s)(1+0.1s)^2} \frac{6}{(1+s)^2(1+0.5s)} \\ &= \frac{100}{(1+50s)(1+0.1s)^2} \end{aligned}$$

Si traccia il diagramma di Bode del modulo di $|L''(j\omega)|$ per la verifica delle specifiche.



Si ha $\omega_c \cong 2 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -\arctg(2 \cdot 50) - 2 * \arctg(2 \cdot 0.1) = -89^\circ.4 - 22^\circ.6 = -112^\circ$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

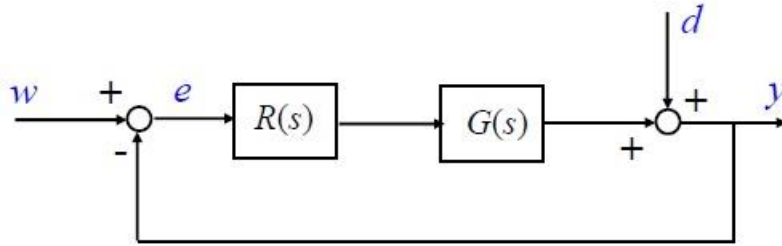
che rispetta le specifiche.

Quindi il controllore progettato è

$$R(s) = \frac{100}{6} \frac{(1+s)^2(1+0.5s)}{(1+50s)(1+0.1s)^2}$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



dove $G(s) = \frac{5}{s(1+s)(1+2s)}$

Si progetti il controllore $R(s)$ in modo tale il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile e che siano rispettate le seguenti specifiche:

- $|e(\infty)| \leq 0.15$ a fronte di un andamento del riferimento $w(t) = ram(t)$ e del disturbo $d(t) = sca(t)$

A progetto ultimato, valutare approssimativamente il tempo di assestamento della risposta allo scalino del sistema in anello chiuso.

PROGETTO STATICO

Per prima cosa si scrive la funzione di trasferimento d'anello.

$$L(s) = R(s)G(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^r \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{5}{s(1+s)(1+2s)}$$

$$= \frac{5\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^{r+1} \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{1}{(1+s)(1+2s)}$$

Il guadagno d'anello è $\mu = 5\mu_R$

Il tipo della funzione d'anello è $g = r + 1$

Si applica la disuguaglianza "caso pessimo":

$$|e(\infty)| = |e_w(\infty) + e_d(\infty)| \leq |e_w(\infty)| + |e_d(\infty)|$$

I singoli contributi valgono (vedi tabellina)

$$|e_w(\infty)| = \begin{cases} \frac{1}{5\mu_R} & r = 0 \\ 0 & r > 0 \end{cases}$$

$$|e_d(\infty)| = 0 \quad \forall r \geq 0$$

Scegliendo $r = 0$

$$|e(\infty)| \leq |e_w(\infty)| + |e_d(\infty)| = \frac{1}{5\mu_R} + 0 \leq 0.15$$

$$\mu_R \geq \frac{4}{3}$$

Scegliamo:

$$\mu_R = 2$$

$$r = 0$$

Quindi:

$$R_1(s) = 2$$

PROGETTO DINAMICO

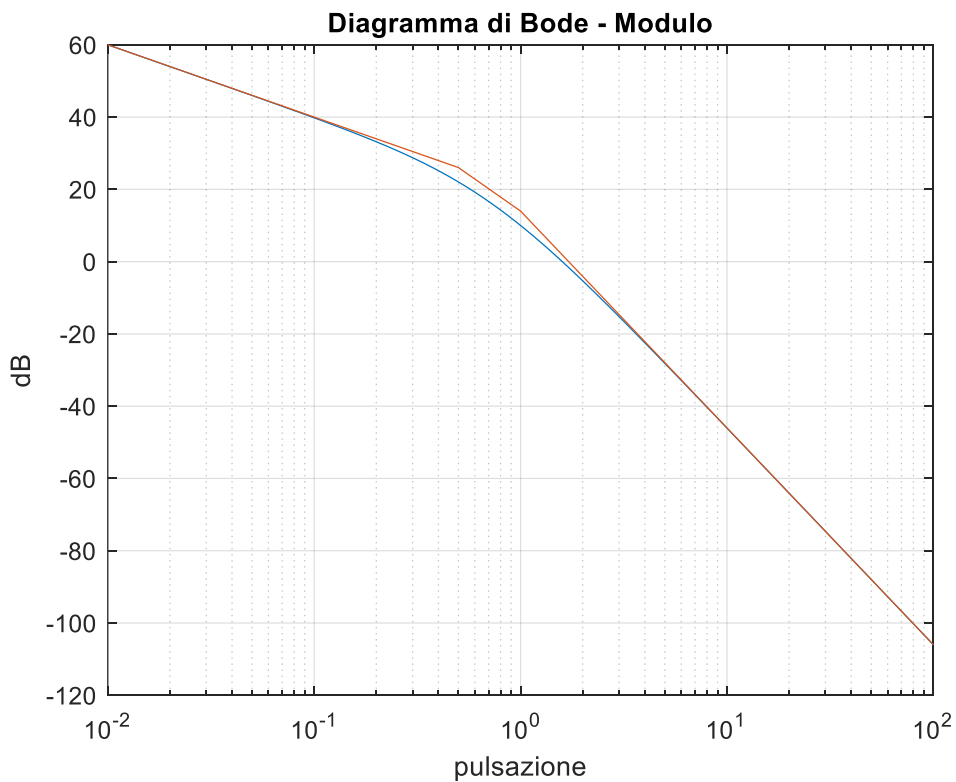
La funzione di trasferimento d'anello è ora

$$L(s) = R(s)G(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = 2 \frac{\prod_i(1 + sT_i)}{\prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{5}{s(1+s)(1+2s)} = \frac{\prod_i(1 + sT_i)}{\prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{10}{s(1+s)(1+2s)}$$

Primo tentativo $R_2(s) = 1$

Si ha quindi

$$L'(s) = \frac{10}{s(1+s)(1+2s)}$$



Si ha $\omega_c \cong 1.6 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -90^\circ - \arctg(1.6) - \arctg(2 \cdot 1.6) = -90^\circ - 58^\circ - 72^\circ.6 = -220^\circ.6$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 220^\circ.6 = -40^\circ.6$$

e non rispetta le specifiche.

Il primo tentativo soddisfa il primo vincolo ma non il secondo, quindi procediamo con un altro tentativo.

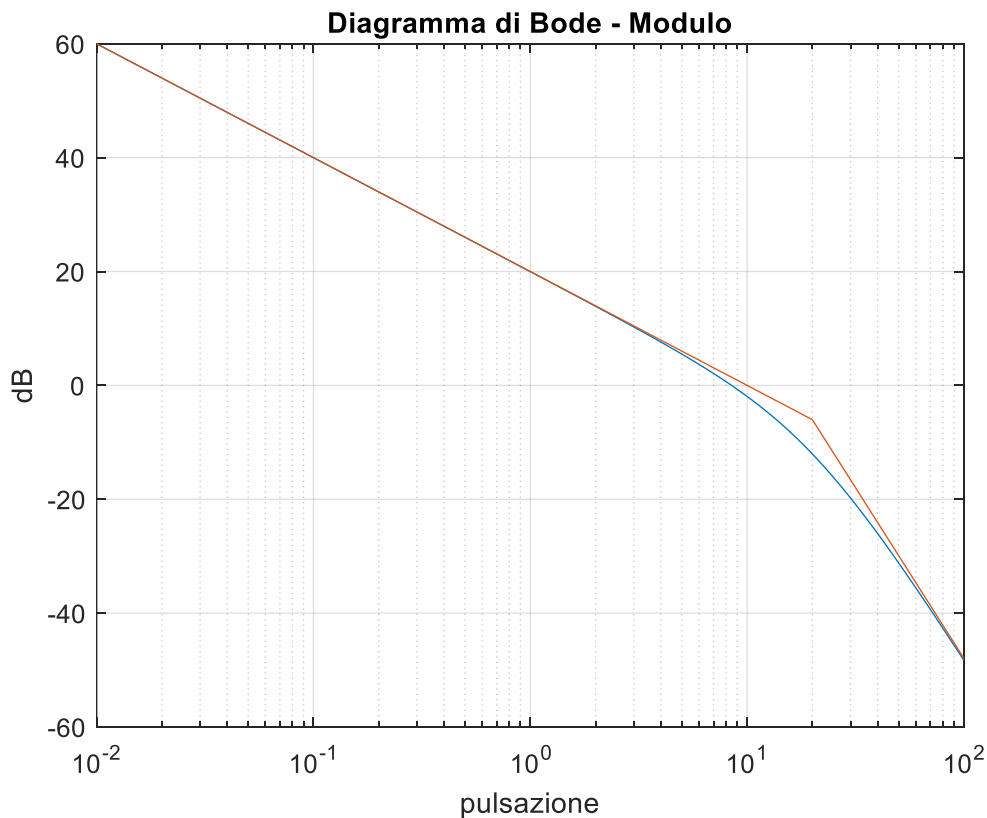
Secondo tentativo: $R_2(s) = \frac{(1+s)(1+2s)}{(1+0.05s)^2}$

Cancelliamo i poli di $G(s)$ introducendo nel regolatore uno zero in -1 e uno in -0.5 . Per mantenere il controllore proprio, aggiungiamo due poli in alta frequenza (in generale, si pongono ad una pulsazione maggiore della ω_c). In questo caso particolare, si può scegliere di posizionare due poli in -20 . Quindi la parte dinamica del regolatore è:

$$R_2(s) = \frac{(1+s)(1+2s)}{(1+0.05s)^2}$$

Si ha quindi che la funzione d'anello è:

$$L''(s) = 2 \frac{(1+s)(1+2s)}{(1+0.05s)^2} \frac{5}{s(1+s)(1+2s)} = \frac{10}{s(1+0.05s)^2}$$



Si ha $\omega_c \cong 10 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -90^\circ - 2 * \arctg(10 \cdot 0.05) = -90^\circ - 53^\circ.1 = -143^\circ.1$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 143^\circ.1 = 36^\circ.9$$

che rispetta le specifiche.

Quindi il controllore progettato è

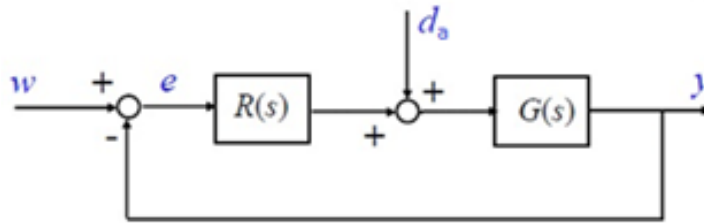
$$R(s) = 2 \frac{(1+s)(1+2s)}{(1+0.05s)^2}$$

Si calcola ora il tempo di assestamento, osservando che il sistema retroazionato avrà poli dominanti complessi coniugati per via del valore del margine di fase. Quindi:

$$t_a \cong \frac{500}{\varphi_m \omega_c} = \frac{500}{369} \cong 1.35 \text{ s}$$

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



dove $G(s) = \frac{2}{s}$

Si progetti il controllore $R(s)$ in modo tale il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile e che siano rispettate le seguenti specifiche:

- $e(\infty) = 0$ in corrispondenza di variazione a scalino di ampiezza qualunque del disturbo $d_a(t)$
- $0.1 \leq \omega_c \leq 1 \text{ rad/s}$
- $\varphi_m > 70^\circ$

PROGETTO STATICO

Per prima cosa si scrive la funzione di trasferimento d'anello.

$$L(s) = R(s)G(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^r \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{2}{s} = \frac{2\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^{r+1} \prod_i(1 + s\tau_i)}$$

Il guadagno d'anello è $\mu = 2\mu_R$

Il tipo della funzione d'anello è $g = r + 1$

Si calcola $|e_{d_a}(\infty)|$ utilizzando il teorema del valore finale.

La funzione di trasferimento dal disturbo $d_a(t)$ all'errore $e(t)$ è

$$\frac{E(s)}{D_a(s)} = \frac{-G(s)}{1 + L(s)} = -G(s)S(s)$$

Quindi, tenendo conto che la parte dinamica del controllore non è ancora stata scelta,

$$e_{d_a}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)(-S(s))D_a(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{2}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2\mu_R}{s^{r+1}}} \cdot \frac{A}{s} = -2A \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^r}{s^{r+1} + 2\mu_R} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_R} & r = 0 \\ 0 & r > 0 \end{cases}$$

Per rispettare le specifiche è indispensabile scegliere $r = 1$, mentre μ_R verrà scelto nel progetto dinamico.

Quindi si ottiene:

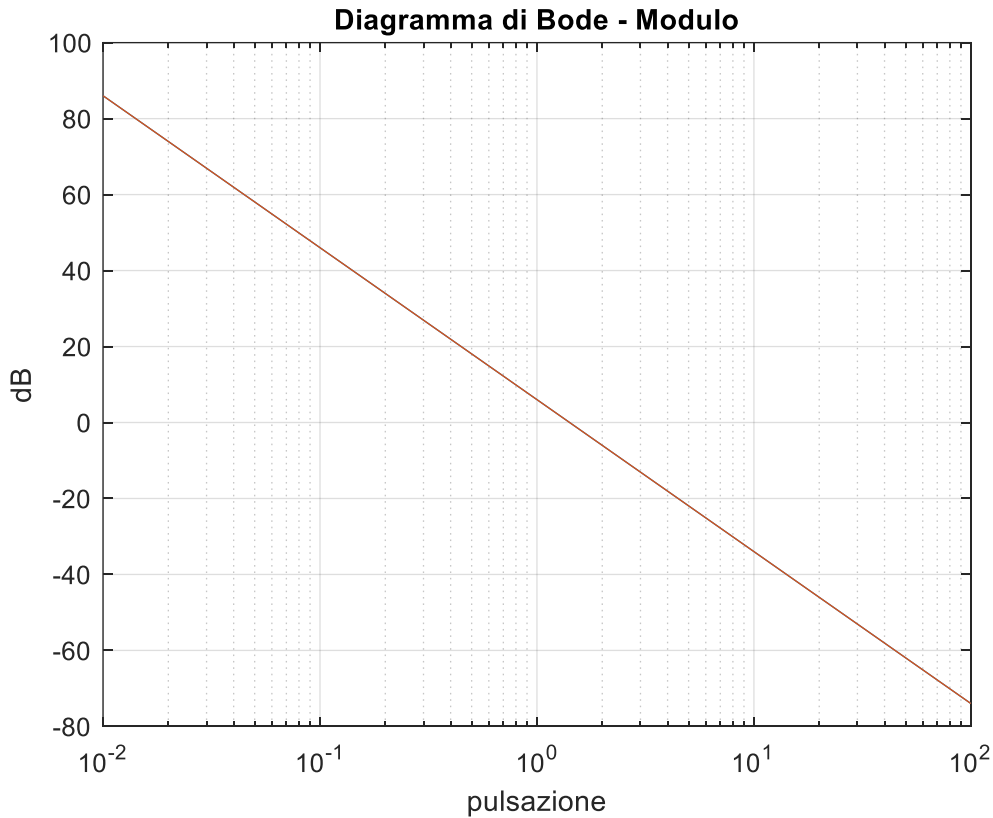
$$R_1(s) = \frac{\mu_R}{s}$$

PROGETTO DINAMICO

Primo tentativo $R_2(s) = 1$ e $\mu_R = 1$

Si ha quindi

$$L'(s) = \frac{2}{s^2}$$



Si ha $\omega_c \cong 1.4 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L'(j\omega_c)) = -180^\circ$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$$

e non rispetta le specifiche.

Il primo tentativo non soddisfa entrambi i vincoli, quindi procediamo con un altro tentativo.

Secondo tentativo: $R_2(s) = (1 + 10s)$ e $\mu_R = 1$

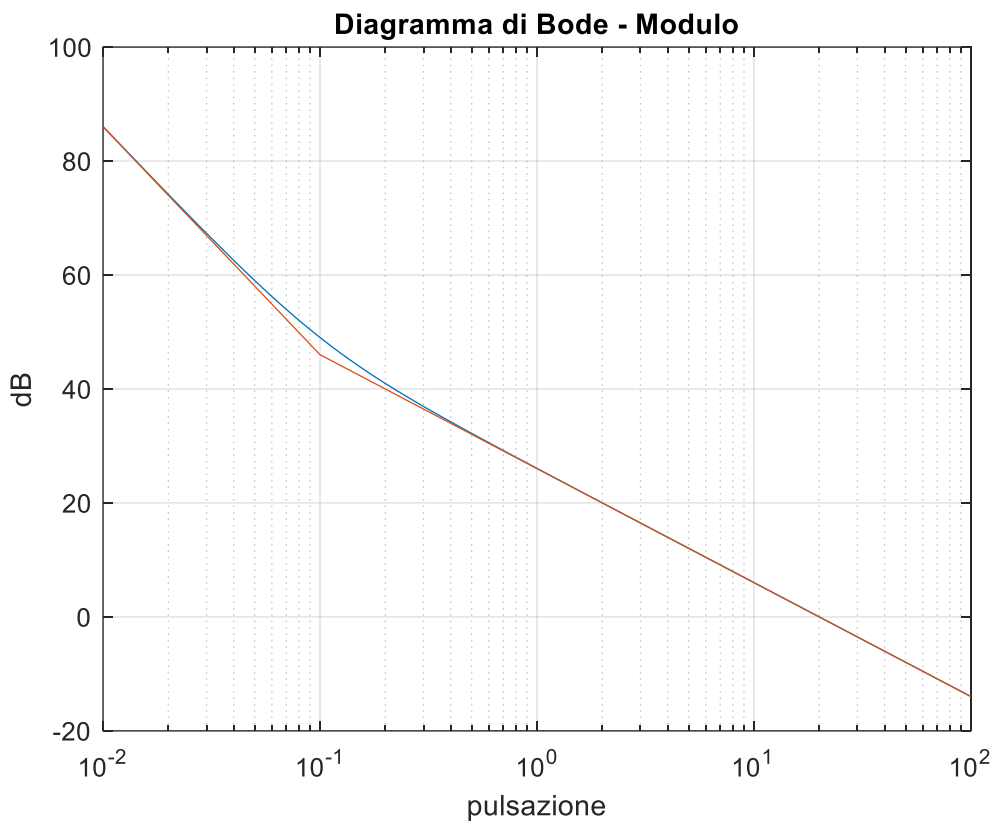
Introduciamo nel regolatore uno zero in -0.1 . Il controllore $R(s)$ è comunque proprio.

Quindi la parte dinamica del regolatore è:

$$R_2(s) = (1 + 10s)$$

Si ha quindi che la funzione d'anello è:

$$L''(s) = \frac{1}{s} \cdot (1 + 10s) \cdot \frac{2}{s} = \frac{2(1 + 10s)}{s^2}$$



Si ha $\omega_c \cong 20 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L''(j\omega_c)) = -180^\circ + \arctg(20 \cdot 10) = -180^\circ + 89.7^\circ = -90.3^\circ$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 90.3^\circ = 89.7^\circ$$

Il secondo tentativo soddisfa il secondo vincolo ma non il primo, quindi procediamo con un altro tentativo.

Terzo tentativo: $R_2(s) = (1 + 10s)$ e $\mu_R = 0.0245$

Si lascia invariato $R_2(s)$, ma si modifica μ_R . In particolare, scegliendo $\mu_R < 1$ si diminuisce il guadagno d'anello e quindi il diagramma di Bode del modulo della funzione d'anello traslerà verso il basso, diminuendo la pulsazione critica.

Se desiderassimo avere $\omega_c \cong 0.5 \text{ rad/s}$, osservando il diagramma di Bode del secondo tentativo, noto che devo abbassare il diagramma del $|L''(j\omega)|$ di circa 35 dB. In questo caso è possibile (ed agevole) calcolare il valore esatto. Infatti, valutando il valore di $|L''(j\omega)|$ alla pulsazione $\omega \cong 0.5 \text{ rad/s}$ si ha

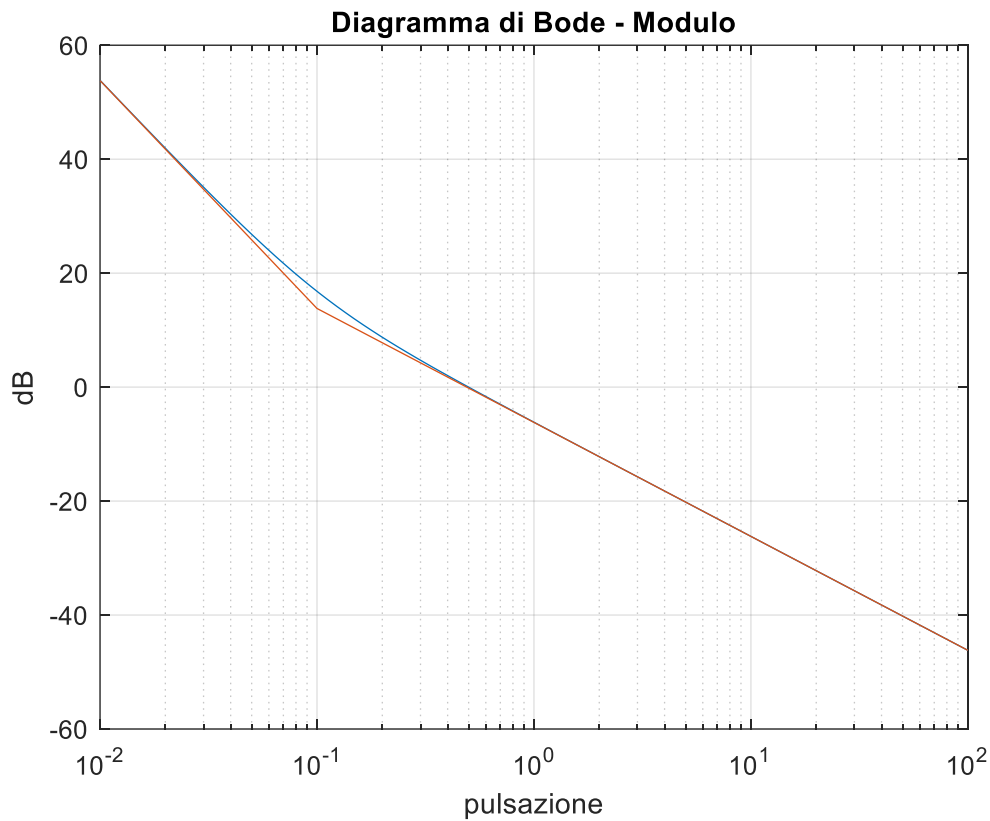
$$|L''(j0.5)| = \left| \frac{2(1 + 10 \cdot j0.5)}{(j0.5)^2} \right| = \frac{\sqrt{2^2 + 10^2}}{0.5^2} \cong 40.8 \cong 32.2 \text{ dB}$$

In questo caso, si sceglie $\mu_R = \frac{1}{40.8} \cong 0.0245$.

Era comunque possibile effettuare una scelta approssimata direttamente dal grafico

Si ha quindi che la funzione d'anello è:

$$L'''(s) = \frac{1}{40.8s} \cdot (1 + 10s) \cdot \frac{2}{s} = \frac{0.049(1 + 10s)}{s^2}$$



Si ha $\omega_c \cong 0.5 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -180^\circ + \arctg(0.5 \cdot 10) = -180^\circ + 78^\circ.7 = -101^\circ.3$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 101^\circ.3 = 78^\circ.7$$

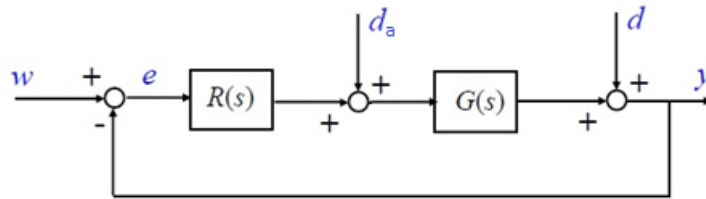
che rispetta le specifiche.

Quindi il controllore progettato è

$$R(s) = \frac{0.0245(1 + 10s)}{s}$$

ESERCIZIO 5

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



dove $G(s) = \frac{10}{s(1+5s)}$

Si progetti il controllore $R(s)$ in modo tale il sistema retroazionato sia asintoticamente stabile e che siano rispettate le seguenti specifiche:

- $e(\infty) = 0$ in corrispondenza di variazione a scalino di ampiezza qualsiasi dei disturbi $d_a(t)$ e $d(t)$
- $1 \leq \omega_c \leq 5 \text{ rad/s}$
- $\varphi_m > 50^\circ$

PROGETTO STATICO

Per prima cosa si scrive la funzione di trasferimento d'anello.

$$L(s) = R(s)G(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^r \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{10}{s(1 + 5s)} = \frac{10\mu_R \prod_i(1 + sT_i)}{s^{r+1} \prod_i(1 + s\tau_i)} \frac{1}{(1 + 5s)}$$

Il guadagno d'anello è $\mu = 10\mu_R$

Il tipo della funzione d'anello è $g = r + 1$

Si applica la disuguaglianza "caso peggior":

$$|e(\infty)| = |e_{d_a}(\infty) + e_d(\infty)| \leq |e_{d_a}(\infty)| + |e_d(\infty)|$$

Il contributo all'errore dovuto al disturbo d può essere calcolato mediante le tabelline. Dal momento che la funzione d'anello ha sempre un integratore, questo contributo sarà sempre nullo per qualsiasi ampiezza dello scalino.

Il contributo all'errore dovuto al disturbo d_a deve essere calcolato mediante il teorema del valore finale.

La funzione di trasferimento dal disturbo $d_a(t)$ all'errore $e(t)$ è

$$\frac{E(s)}{D_a(s)} = \frac{-G(s)}{1 + L(s)} = -G(s)S(s)$$

Quindi, tenendo conto che la parte dinamica del controllore non è ancora stata scelta,

$$\begin{aligned}
 e_{da}(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)(-S(s))D_a(s) \\
 &= -\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{10}{s(1+5s)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{10\mu_R}{s^{r+1}(1+5s)}} \cdot \frac{A}{s} \\
 &= -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{10A \cdot s^r(1+5s)}{s^{r+1}(1+5s) + 10\mu_R} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{10A \cdot s^r}{s^{r+1} + 10\mu_R} = \begin{cases} -\frac{A}{\mu_R} & r = 0 \\ 0 & r > 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Scegliendo $r = 1$ si ha quindi che $e(\infty) = 0$

e quindi

$$R_1(s) = \frac{\mu_R}{s}$$

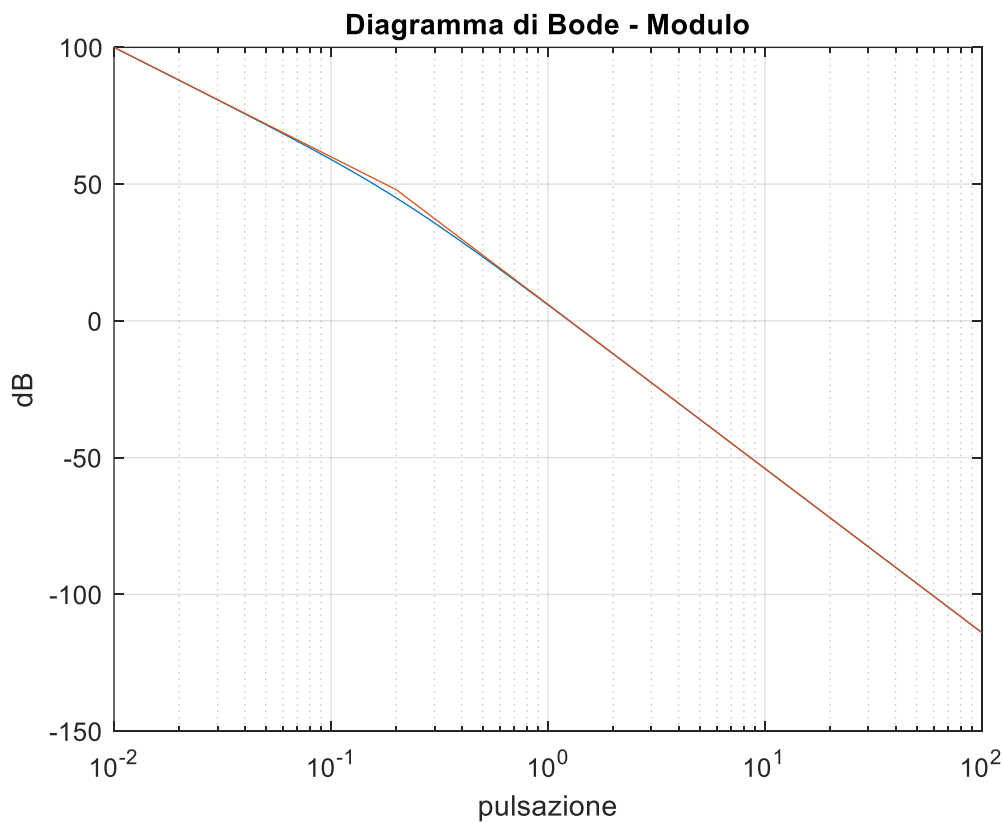
μ_R verrà scelto nel progetto dinamico.

PROGETTO DINAMICO

Primo tentativo $R_2(s) = 1$ e $\mu_R = 1$

Si ha quindi

$$L'(s) = \frac{10}{s^2(1+5s)}$$



Si ha $\omega_c \cong 1.2 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_C = \arg(L(j\omega_C)) = -180^\circ - \arctg(1.2 \cdot 5) = -180^\circ - 80.5^\circ = -260.5^\circ$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_C| = 180^\circ - 260.5^\circ = -80.5^\circ$$

e non rispetta le specifiche.

Il primo tentativo soddisfa il primo vincolo ma non il secondo, quindi procediamo con un altro tentativo.

Secondo tentativo: $R_2(s) = \frac{(1+5s)^2}{(1+0.01s)}$ e $\mu_R = 1$

Cancelliamo il polo dominante, quello a frequenza più bassa introducendo nel regolatore uno zero alla pulsazione 0.2 rad/s . Così facendo la funzione d'anello attraverserebbe l'asse a 0 dB con pendenza -2 e quindi certamente la specifica sul margine di fase non sarebbe soddisfatta.

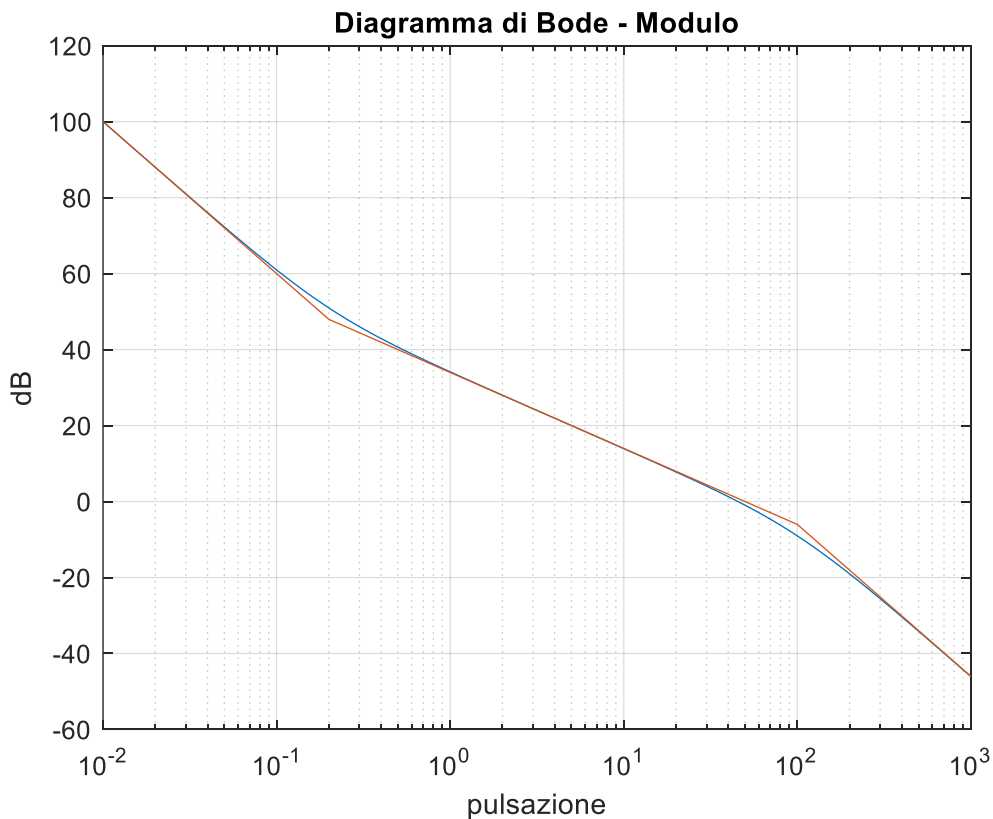
Inseriamo quindi un altro zero alla pulsazione 0.2 rad/s e, per mantenere il controllore proprio, aggiungiamo un polo in alta frequenza (ad una pulsazione maggiore della ω_C prevedibile), per esempio alla pulsazione 100 rad/s .

Quindi la parte dinamica del regolatore è

$$R_2(s) = \frac{(1 + 5s)^2}{(1 + 0.01s)}$$

Si ha quindi che la funzione d'anello è:

$$L''(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{(1 + 5s)^2}{(1 + 0.01s)} \cdot \frac{10}{s(1 + 5s)} = \frac{10(1 + 5s)}{s^2(1 + 0.01s)}$$



Si ha $\omega_c \cong 50 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L''(j\omega_c)) = -180^\circ + \arctg(50 \cdot 5) - \arctg(50 \cdot 0.01) = -180^\circ + 89^\circ.8 - 26^\circ.6 = -116^\circ.8$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 116^\circ.8 = 63^\circ.2$$

Il secondo tentativo soddisfa il secondo vincolo ma non il primo, quindi procediamo con un altro tentativo.

Terzo tentativo: $R_2(s) = \frac{(1+5s)^2}{(1+0.01s)}$ e $\mu_R = 0.056$

Si lascia invariato $R_2(s)$, ma si procede con la modifica di μ_R . In particolare, scegliendo $\mu_R < 1$ si può abbassare il diagramma di Bode di $|L''(j\omega_c)|$ in modo tale da tagliare l'asse a 0 dB nel range di pulsazioni richiesto dalle specifiche. Per esempio, abbassando il grafico di circa 25 dB si attraverserà l'asse a 0 dB approssimativamente in 3 rad/s. Bisogna quindi scegliere $\mu_R = 10^{\frac{-25}{20}} \cong 0.056$

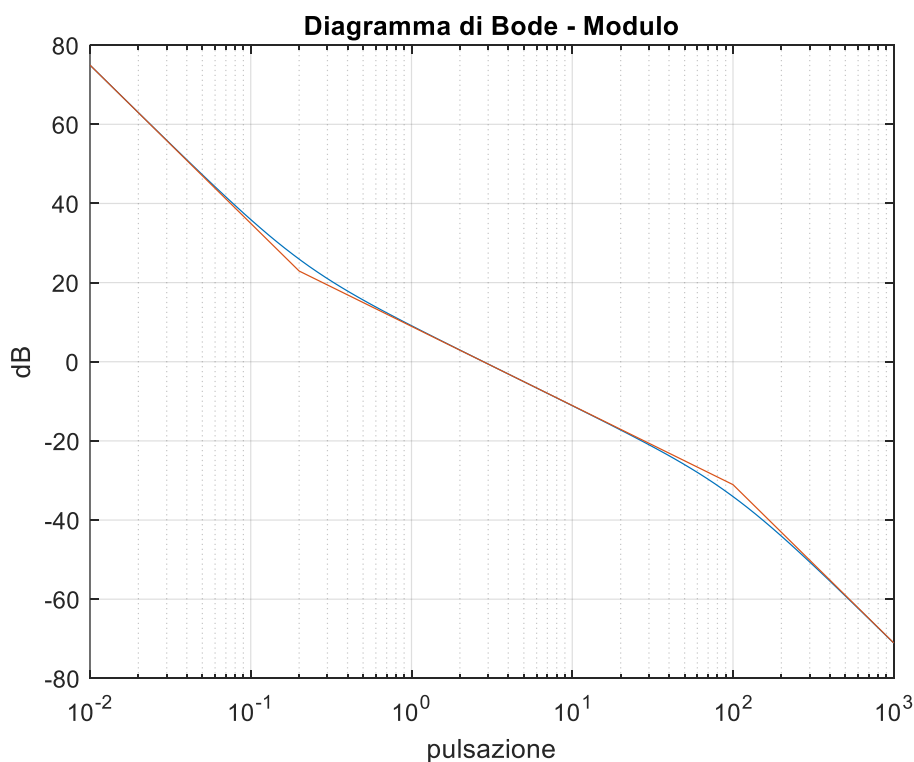
Quindi:

$$R_2(s) = \frac{(1+5s)^2}{(1+0.01s)}$$

$$\mu_R = 0.056$$

Si ha quindi:

$$L'''(s) = R_1(s)R_2(s)G(s) = \frac{0.056}{s} \cdot \frac{(1+5s)^2}{(1+0.01s)} \cdot \frac{10}{s(1+5s)} = \frac{0.56(1+5s)}{s^2(1+0.01s)}$$



Si ha $\omega_c \cong 2.8 \text{ rad/s}$

Si calcola ora la fase critica

$$\varphi_c = \arg(L(j\omega_c)) = -180^\circ + \arctg(2.8 \cdot 5) - \arctg(2.8 \cdot 0.01) = -180^\circ + 85^\circ.9 - 1^\circ.6 \cong -95^\circ.7$$

Infine, si calcola il margine di fase

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 180^\circ - 95^\circ.7 = 84^\circ.3$$

che rispetta le specifiche.

Quindi il controllore progettato è

$$R(s) = \frac{0.056(1 + 5s)^2}{s(1 + 0.01s)}$$