

Compressione e ottimizzazione di reti neurali ricorrenti tramite matrici strutturate additive (Doping) in System Identification

L'impiego di reti neurali ricorrenti (RNN) nell'identificazione di sistemi dinamici¹, come le Long Short-Term Memory (LSTM)² o le Gated Recurrent Unit (GRU)³, ha dimostrato capacità modellistiche eccellenti grazie ai loro meccanismi di memoria interna. Tuttavia, l'elevato numero di parametri di queste architetture rappresenta un limite critico per l'implementazione su sistemi embedded o dispositivi con risorse computazionali limitate.

Per ridurre l'impatto computazionale e di memoria senza sacrificare l'accuratezza, sono state proposte varie tecniche di compressione. Tra queste, l'utilizzo di matrici strutturate (es. prodotti di Kronecker) permette di ridurre drasticamente il numero di parametri, ma spesso a scapito della precisione del modello, specialmente in sistemi complessi dove la struttura rigida imposta non riesce a catturare tutte le non-linearietà.

Una recente proposta di Thakker et al.⁴ introduce la tecnica del **Doping**: l'aggiunta di una matrice estremamente sparsa a una matrice strutturata (come quella derivata da un prodotto di Kronecker). Questo approccio permette ai parametri di "divergere" indipendentemente dalla struttura fissa solo dove necessario, recuperando l'accuratezza persa durante la compressione con un costo computazionale aggiuntivo trascurabile.

Kronecker Product

$$\left\{ \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \\ \otimes \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} \right\} + \begin{array}{c} \text{Sparse Matrix} \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 3 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 3 & 0 & 6 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 2 \\ \hline 0 & 9 & 0 & 12 \\ \hline 6 & 3 & 8 & 7 \\ \hline \end{array} \\ \text{W} \end{array}$$

(b) Doped Kronecker product matrix.

Figura da Thakker et al., 2021, "[Doping: A technique for Extreme Compression of LSTM Models using Sparse Structured Additive Matrices](#)". La matrice dei pesi W è decomposta nella somma di una matrice strutturata (prodotto di Kronecker tra B e C) e una matrice sparsa W_s che introduce gradi di libertà aggiuntivi.

¹ Ljung et al., 2020, "[Deep Learning and System Identification](#)"

² Hochreiter and Schmidhuber, 1997, "[Long Short-Term Memory](#)"

³ Cho et al., 2014, "[Learning Phrase Representations using RNN Encoder–Decoder for Statistical Machine Translation](#)"

⁴ Thakker et al., 2021, "[Doping: A technique for Extreme Compression of LSTM Models using Sparse Structured Additive Matrices](#)"

Un aspetto critico nell'addestramento di queste reti "doped" è la co-matrix adaptation (CMA), ovvero la tendenza del modello ad affidarsi eccessivamente alla matrice sparsa durante le prime fasi del training. Per ovviare a questo problema, Thakker propone uno schema di regolarizzazione chiamato Co-Matrix Dropout (CMR), che disaccoppia l'apprendimento delle due matrici.

Nel contesto della System Identification l'applicazione di questa tecnica risulta particolarmente promettente per ottenere modelli leggeri ma accurati. Inoltre, un'estensione naturale di questo lavoro riguarda l'integrazione di tali strutture nei framework di stabilità formale (es. Input-to-State Stability)⁵, per garantire che la compressione non comprometta la convergenza del sistema identificato.

Obiettivo della tesi

Questa tesi si pone come obiettivo l'applicazione e la valutazione della metodologia di compressione e doping proposta da Thakker et al.⁶ per l'identificazione di sistemi dinamici non lineari. Gli obiettivi chiave sono:

1. **Implementazione del framework di Doping:** Sviluppare un'architettura gated RNN, preferibilmente GRU, basate sulla scomposizione additiva strutturata con gli algoritmi di addestramento specifici (Co-Matrix Dropout e annealing della sparsità).
2. **Valutazione delle prestazioni:** Confrontare i modelli "doped" rispetto a modelli densi standard e a modelli puramente strutturati, analizzando il trade-off tra fattore di compressione, accuratezza della predizione e tempi di inferenza.
3. **Analisi della stabilità (Obiettivo opzionale):** Indagare come la scomposizione strutturata influenzi le proprietà di stabilità (Input-to-State Stability e incremental Input-to-State Stability) della rete, valutando se la natura del Doping possa facilitare l'imposizione di vincoli di stabilità durante il training.

Note implementative:

- L'implementazione sarà realizzata principalmente in **MATLAB**, sfruttando i tool di Deep Learning per la creazione di layer personalizzati.
- I modelli verranno validati su dataset di benchmark pubblici (i.e. [NISB](#)) per la System Identification (es. Silverbox, Wiener-Hammerstein, ...), eventualmente integrati con simulazioni.

La tesi può essere svolta singolarmente o in coppia.

⁵ De Carli et al., 2025, "[Infinity-norm-based Input-to-State-Stable Long Short-Term Memory networks: a thermal systems perspective](#)"

⁶ Thakker et al., 2021, "[Doping: A technique for Extreme Compression of LSTM Models using Sparse Structured Additive Matrices](#)"